

Filtros interactivos reductores de ruido speckle en imágenes

O. H. Bustos (1) – M. G. Palacio (2) - A. C. Frery(3)

Fac. de Matemática, Astronomía y Fca – Universidad Nacional de Córdoba

Correo electrónico: bustos@mate.uncor.edu (1)

Fac. Cs Ex., Fco.-Qcas. y Naturales- Universidad Nacional de Río Cuarto

Correo electrónico: gpalacio@exa.unrc.edu.ar (2)

Centro de Informática – Universidade Federal de Pernambuco (Brasil)

Correo electrónico: frery@cin.ufpe.br (3)

RESUMEN

El ruido *speckle* aparece en imágenes con iluminación coherente, como las de scanner ultrasónico, sonar y radar de apertura sintética (SAR). Este ruido se desvía del modelo clásico, en el que se supone ruido Gaussiano, independiente de la señal y adicionado al verdadero valor. El *speckle*, en cambio, es multiplicativo y no Gaussiano (en los formatos intensidad y amplitud), y dificulta la interpretación de las imágenes porque el “efecto de sal y pimienta” corrompe la información o verdad del terreno. Existen numerosas técnicas para extraer información contenida en imágenes con *speckle*, entre las cuales las estadísticas proveen los mejores modelos y herramientas para el procesamiento y análisis de imágenes ruidosas. El procedimiento usual consiste en proponer un modelo, contrastar la hipótesis con datos reales (etapa muchas veces evitada por la necesidad de obtener resultados rápidos y por la tradición de considerar verdadera la distribución Gaussiana) y, una vez aceptado el modelo, hacer inferencia acerca de los parámetros desconocidos del mismo. Ciertas decisiones médicas, ambientales y estratégicas están condicionadas por estos parámetros.

Este trabajo presenta filtros de la clase Máximo a Posteriori (MAP) para reducir el ruido *speckle* en imágenes bajo el modelo multiplicativo. Estos filtros presuponen que los datos de la imagen satisfacen aproximadamente un modelo estadístico y tienen por objetivo eliminar el *speckle* reteniendo detalles en la imagen. Se consideran tres modelos para la verdad (no observada) del terreno: una constante, una variable aleatoria que obedece una distribución raíz de Gamma y una variable aleatoria que sigue una ley recíproca de raíz de Gamma. Este último modelo, explorado aquí en detalle, lleva a la distribución G_A^0 para el retorno, que ha sido propuesta recientemente. La versión iterativa de los filtros MAP se deriva para el formato amplitud, y la aplicación y comparación de los mismos se realiza usando datos reales.

PALABRAS CLAVES: Imágenes SAR, Ruido *speckle*, Filtros iterativos, Filtros MAP.

ABSTRACT

Speckle noise appears in images obtained with coherent illumination, e.g., B-scan ultrasound, sonar and synthetic aperture radar (SAR) imagery. This noise deviates from the classical model, which assumes that the corruption is a Gaussian noise, independent of the signal, that adds to the true value. The speckle noise enters the data in a multiplicative fashion, and in the amplitude and intensity formats it does not obey the Gaussian law. Speckle noise is known to make image analysis difficult, since its “salt-and-pepper effect” tends to corrupt the information or ground truth.

There are a number of different approaches for extracting the information contained in speckled imagery, the statistical framework being the one that has provided users with the best models and tools for image processing and analysis. The usual procedure within this approach consists of proposing a model, contrasting the hypothesis with real data (this stage is many times precluded by the need to obtain rapid results and by the tradition of blindly trusting the Gaussian distribution) and, once an acceptable model is at hand, making inference about the unknown parameters. Medical, environmental and strategic decisions are made conditional on these parameters.

This paper derives Maximum A Posteriori filters for speckled imagery under the multiplicative model. These filters aim at combating speckle noise while retaining small details and features in the image, and they are based on the statistical properties of the data. Within this framework, three models are considered, namely those that assume the (unobserved) truth as: a constant, as obeying a square of gamma law and as following a reciprocal of square of gamma distribution. This last model leads to the distribution G_A^0 for the return, a recent proposal that is explored in detail. The iterative version of these filters is derived for amplitude format, and these filters are assessed on both simulated and real data.

KEY WORDS: Sar images, speckle noise, iterative filters, MAP filters.

PROPIEDADES ESTADÍSTICAS DE LOS DATOS SAR

Desde el punto de vista formal toda imagen será tratada como la realización de una función aleatoria Z_A con valores en \mathfrak{R}_+^S , donde $S = \{0, \dots, m-1\} \times \{0, \dots, n-1\}$ es el soporte finito de los datos (conjunto de coordenadas) y \mathfrak{R}_+ es el conjunto de números reales positivos.

Un modelo muy aceptado para imágenes con *speckle* es el llamado Modelo Multiplicativo (ver por ejemplo [Goodman, 1985; Oliver y Quegan, 1998; Tur et al, 1982]). Siguiendo este modelo el retorno Z_A puede describirse como el producto de dos procesos estocásticos independientes, X_A e Y_A , definidos sobre el soporte S . El primero, X_A , es la raíz cuadrada de la retrodispersión del radar (RCS, *Radar Cross Section*) en cada coordenada y es el que contiene la información que interesa al usuario. Esta información está distorsionada por el ruido *speckle* descrito por el campo aleatorio Y_A . El problema es pues, dada una muestra de $Z_A = X_A \cdot Y_A$ obtener un estimador de X_A . Las técnicas de procesamiento local de imágenes que apuntan a esto son los “filtros reductores de *speckle*”.

Es generalmente aceptado que el *speckle* en formato amplitud sigue una distribución raíz cuadrada de Gamma con L looks, esto es $Y_A(s) \sim \Gamma^{1/2}(L, L)$, caracterizada por la densidad

$$f_{Y_A}(u) = \frac{L^L}{\Gamma(L)} u^{2L-1} \exp(-Lu^2) \quad , u > 0 \quad (1)$$

siendo $L \geq 1$ el número de *looks* relacionado con la calidad de la imagen (mientras menor L , más intenso el ruido y peor la imagen desde este punto de vista). Este parámetro puede ser controlado en el proceso de generación, y es conocido o estimado de antemano. La coordenada s ha sido omitida en (1) porque L es constante en toda la imagen.

El modelo más general para la RCS que lleva a una forma analítica de la distribución del retorno es el *raíz cuadrada de distribución Gaussiana inversa*, propuesta en (Frery et al, 1997a). La densidad que caracteriza esta distribución denotada como $N^{1/2}(\alpha, \gamma, \lambda)$ es

$$f_{X_A}(x) = \frac{\lambda/\gamma^{\alpha/2}}{K_\alpha(\sqrt{\lambda\gamma})} x^{2\alpha-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{x^2} - \lambda x^2\right), x > 0, \quad (2)$$

donde denota la función de Bessel modificada de tercer tipo y orden K_ν , y el espacio de parámetros es dado por

$$\begin{cases} \gamma > 0, \lambda \geq 0 & \text{si } \alpha < 0 \\ \gamma > 0, \lambda > 0 & \text{si } \alpha = 0 \\ \gamma \geq 0, \lambda > 0 & \text{si } \alpha > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Para derivar los casos particulares inducidos por las restricciones en el espacio de parámetros, deben recordarse dos propiedades de las funciones de Bessel: (i) para cada $x > 0$, $K_{-\nu}(x) = K_\nu(x)$ y (ii) $K_\nu(x)$ puede ser aproximada por $\Gamma(\nu)2^{\nu-1}x^{-\nu}$ donde $x \downarrow 0$ y $\nu > 0$.

Esta distribución puede reducirse a varios casos particulares, pero los dos siguientes son especialmente interesantes en los problemas de aplicación:

1. la raíz cuadrada de la distribución Gamma, donde $\gamma = 0$ denotada como $\Gamma^{1/2}(\alpha_K, \lambda)$, $\alpha_K = \alpha > 0$, $\lambda = 0$;
2. la distribución de la recíproca de la raíz cuadrada de una variable aleatoria con distribución Gamma, donde $\lambda = 0$ denotada como $\Gamma^{1/2}(\alpha_G, \gamma)$, $\alpha_G = \alpha < 0$, $\gamma > 0$.

El primer caso especial lleva a la distribución *amplitud K* para la respuesta, cuando el *speckle* tiene distribución raíz cuadrada de Gamma (Yanasse et al, 1995). El segundo lleva al modelo aquí tratado. Para propiedades detalladas de la distribución Gaussiana Inversa Generalizada, el lector puede referirse a (Barndorff-Nielsen y Blaesid, 1981; Jorgensen, 1982).

Si $X_A \sim N^{1/2}(\alpha, \gamma, \lambda)$ e $Y_A \sim \Gamma^{1/2}(L, L)$ son variables aleatorias independientes, entonces el producto $Z_A = X_A \cdot Y_A$ tiene distribución llamada *amplitud G*. Esta distribución, denotada aquí como $G_A(\alpha, \gamma, \lambda, L)$, está caracterizada por la densidad

$$f_{Z_A}(z) = \frac{2L^L (\lambda \gamma)^{L-1}}{\Gamma(L) K_\alpha(\sqrt{\lambda\gamma})} z^{2L-1} \left(\frac{\gamma + Lz^2}{\lambda}\right)^{-L} K_{\alpha-L}\left(\sqrt{\lambda(\gamma + Lz^2)}\right), z > 0, \quad (4)$$

con $L \geq 1$ y $(\alpha, \gamma, \lambda)$ como en (3).

Esta distribución para la amplitud de la respuesta es bastante general. Por otro lado, los estimadores de sus parámetros son muy difíciles de obtener tanto por máxima verosimilitud como por otros métodos. En (Frery et al, 1997a) se ha mostrado un caso particular con $X_A \sim \Gamma^{1/2}(\alpha_G, \gamma)$, que lleva a un caso relevante para la distribución de Z_A , denotado como $G_A^0(\alpha_G, \gamma, L)$. Esta distribución tiene las siguientes propiedades deseables:

1. su densidad resulta computacionalmente más simple que (4), ya que está dada por

$$f_{Z_A}(z) = \frac{2L^L \Gamma(L - \alpha_G) z^{2L-1}}{\gamma^{\alpha_G} \Gamma(L) \Gamma(-\alpha_G) (\gamma + Lz^2)^{L - \alpha_G}}, z > 0 \quad (5)$$

con $\alpha_G < 0$, $\gamma > 0$ y $L \geq 1$.

2. permite modelar áreas homogéneas, heterogéneas y muy heterogéneas; específicamente los datos de áreas deforestadas, de floresta primitiva y urbanas son muy bien ajustados por esta distribución (Mejail et al, 2000);
3. su función de distribución acumulada se obtiene fácilmente, dado que la distribución $G_A^0(\alpha_G, \gamma; L)$ es proporcional a la raíz cuadrada de la distribución de Snedecor $F_{2L, 2\alpha_G}$ (ver Vasconcellos y Frery, 1996) a través de la relación

$$F_{Z_A}(t) = \vartheta_{2L, 2\alpha_G}(-\alpha_G t^2 / \gamma) \quad (6)$$

donde $\vartheta_{\tau, \nu}$ es la función de distribución acumulada de una variable aleatoria con distribución $F_{\tau, \nu}$. Como la distribución F se presenta en muchos problemas estadísticos importantes, su función de distribución puede obtenerse en tablas y programas estadísticos. Tenemos entonces una forma fácil de obtener la función de distribución acumulada de la distribución G_A^0 .

El momento de orden r de una variable aleatoria con distribución $G_A^0(\alpha_G, \gamma; L)$ está dado por (ver Mejail, 1999)

$$E(Z_A^r) = \left(\frac{\gamma}{L}\right)^{r/2} \frac{\Gamma(-\alpha_G - r/2) \Gamma(L + r/2)}{\Gamma(-\alpha_G) \Gamma(L)} \quad (7)$$

Como se mencionó previamente, el otro caso particular importante de la distribución dada por la densidad (4) es la amplitud K. Esta es la distribución del producto de dos variables aleatorias independientes: $X_A \sim \Gamma^{1/2}(\alpha_K, \lambda)$ e $Y_A \sim \Gamma^{1/2}(L, L)$, denotada como $Z_A \sim K_A(\alpha_K, \lambda, L)$ y su densidad es

$$f_{Z_A}(z) = \frac{4\lambda L z}{\Gamma(\alpha_K) \Gamma(L)} (\lambda L z^2)^{\alpha_K + L - 1} K_{\alpha_K - L}(2z\sqrt{\lambda L}),$$

con $\alpha_K > 0$, $\lambda > 0$ y $L \geq 1$. Este modelo fue propuesto en (Jakeman y Pusey, 1976) para el retorno de imágenes del mar y ha sido exitosamente usado para datos de zonas boscosas. El lector interesado puede referirse a (Oliver y Quegan, 1998; Tur et al, 1982; Yanasse et al, 1995).

FILTROS REDUCTORES DE SPECKLE

En (Oliver y Quegan, 1998) se presentan muchos filtros para imágenes SAR en formato intensidad, pero el formato amplitud es deseable debido a su rango reducido. Una revisión de estos filtros se presenta en (Lee et al, 1994).

Filtros Máximo A Posteriori

A continuación se deriva una técnica Bayesiana para la inferencia de la RCS dado el retorno usando la distribución G_A^0 como modelo para los datos observados. Como los filtros se calculan generalmente en regiones cuadradas y pequeñas, se usará una notación simplificada sin pérdida de generalidad: el soporte se asumirá como un cuadrado de lado N . Además se omitirá el subíndice que denota la amplitud.

En áreas perfectamente homogéneas puede asumirse que la RCS es constante y así cada variación en los niveles de gris se debe al ruido *speckle*. En este caso $X(s) = \sqrt{\sigma}$ para cada coordenada $s \in S$, y en cada coordenada se tiene que $Z(s) = \sqrt{\sigma} Y(s)$. Como el *speckle* puede describirse con variables aleatorias independientes, el retorno puede también describirse usando variables aleatorias, entonces

$$\bar{Z} = \frac{1}{N^2} \sum_{s \in S} Z(s) = \sqrt{\sigma} \frac{1}{N^2} \sum_{s \in S} Y(s) \equiv \sqrt{\sigma} \mu_Y$$

donde $\mu_Y = E(Y(s))$ es el valor esperado del ruido *speckle*. Usando el modelo $\Gamma^{1/2}(L, L)$ para el *speckle* (densidad (1)) resulta

$$\mu_Y = \frac{\Gamma(L + \frac{1}{2})}{\sqrt{L} \Gamma(L)} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot L \cdot (2L - 1)}{2^L \Gamma(L)} \sqrt{\frac{\pi}{L}}$$

De esta manera un estimador de $\sqrt{\sigma}$ es $\hat{\sqrt{\sigma}} = \mu_Y^{-1} \bar{Z}$. En el caso más ruidoso, con $L = 1$, $\mu_Y = \sqrt{\pi/2}$, y entonces $\hat{\sqrt{\sigma}} = 2\pi^{-1/2} \bar{Z}$.

La hipótesis de que la RCS es constante es muy restrictiva y es válida sólo en casos muy especiales, por ejemplo cuando la rugosidad del blanco es mucho menor que la longitud de onda utilizada para la observación. Algún tipo de variabilidad es deseable para modelos de X , aunque los usuarios raramente se interesan en la distribución de este proceso; en la práctica, la información deseable (no observada) es $X(s)$. Un estimador interesante de $X(s)$ es $\hat{X}(s)$ dado por

$$f_{X(s)|Z}(\hat{X}(s)) \geq f_{X(s)|Z}(x) \quad \forall x \in \Lambda \quad (8)$$

donde Λ denota el conjunto de valores posibles para la verdad terrestre, usualmente los reales positivos.

Un estimador $\hat{x}(s)$ será un valor que maximice la distribución a posteriori de la RCS $X(s)$ dada la observación z del campo aleatorio Z . Este es el estimador Máximo a Posteriori (MAP) de X dado z .

En la modelación estadística de imágenes es usual asumir que la distribución de la variable aleatoria que describe una cierta cantidad en la coordenada $s \in S$, dado el resto de los datos, es decir, dado un valor de todas las demás variables aleatorias puede caracterizarse completamente por el resultado de un pequeño conjunto de vecinos. Este rasgo, que captura la dependencia local de las cantidades, permite escribir la ecuación (8) como

$$f_{X(s)|Z(t)=z(t), t \in S}(x) = f_{X(s)|Z(t)=z(t), t \in V_s}(x) \quad \forall x \in \Lambda \quad (9)$$

donde el conjunto $V_s \subset S$ es conocido como vecindad cercana, y es definido como la clausura de la vecindad ϑ_s , es decir, $V_s = \vartheta_s \cup \{s\}$ y las vecindades $\vartheta_s \subset S \setminus \{s\}$ son tales que $t \in \vartheta_s \Leftrightarrow s \in \vartheta_t$. Las vecindades son usualmente definidas como una función de una distancia definida en el soporte S , e involucran unas pocas coordenadas alrededor de s .

Usando el teorema de Bayes en la ecuación (9) se encuentra que

$$f_{X(s)|Z(V_s)=z(V_s)}(x) = \frac{f_{Z|X(s)=x}(z(V_s)) f_{X(s)}(x)}{f_{Z(V_s)}(z(V_s))} \quad (10)$$

pero, como una vez observados los datos están fijos, maximizar la ecuación (10) en x es lo mismo que maximizar $f_{Z|X(s)=x}(z(V_s)) f_{X(s)}(x)$. De esta manera, el estimador MAP de $x(s)$ dada $Z=z$ está dado por

$$\hat{x}_{MAP} = \arg \max_{x \in \Lambda} f_{Z|X(s)=x}(z(V_s)) f_{X(s)}(x) \quad (11)$$

El problema se reduce a proponer distribuciones para X y para $Z|X$, siendo la primera conocida como distribución “a priori”, o distribución de la RCS, y la última como “modelo de degradación”. A continuación, y suponiendo que el modelo de degradación es el que surge del modelo multiplicativo, se derivará la solución de la ecuación (11) para algunos modelos para la RCS.

Retrodispersión del radar constante

Asumir RCS constante (aunque desconocida) es lo mismo que asumir una a priori no informativa para X . En este caso, encontrar \hat{x}_{MAP} implica maximizar $f_{Z(V_s)|X(s)=x}$. Recordando que el *speckle* está formado por variables aleatorias independientes que siguen la distribución raíz cuadrada de Gamma

$$x \propto \prod_{t \in V_s} f_{Z(t)|X(t)=x}(z(t)) = \prod_{t \in V_s} f_{X(t)|Y(t)=X(t)=x}(z(t)) = \prod_{t \in V_s} f_{sY(t)}(z(t)) = \frac{1}{x^{v_s}} \prod_{t \in V_s} f_{Y(t)}\left(\frac{z(t)}{x}\right)$$

donde v_s es el número de elementos de V_s . De esta manera, $\hat{x}_{MAP}(s)$ es el estimador de máxima verosimilitud del parámetro $x > 0$ basado en la muestra $(z(t))_{t \in V_s}$ suponiendo que éstas son realizaciones de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con densidad

$$f(u; x) = \frac{1}{x} \frac{2L^L}{\Gamma(L)} \left(\frac{u}{x}\right)^{2L-1} \exp\left(-L\left(\frac{u}{x}\right)^2\right), u > 0$$

De esta manera, x es tratada como un parámetro de escala (positivo) de la familia $f(\bullet; x)$.

Esta hipótesis, con la restricción de tener una imagen de un *look* ($L = 1$) ha sido usada para derivar estimadores robustos del parámetro de escala en (Frery et al, 1997b).

Retrodispersión del radar variable

La distribución a priori que lleva al modelo G_A^0 (densidad (5)) es la recíproca de la raíz cuadrada de la distribución Gamma, denotada por $X(s) \sim \Gamma^{-1/2}(\alpha_G, \gamma)$ y caracterizada por la densidad

$$f_{X(s)}(x) = \frac{2}{\gamma^{\alpha_G} \Gamma(-\alpha_G)} x^{2\alpha_G-1} \exp(-\gamma x^{-2}) \mathbb{I}_{(0,+\infty)}(x) \quad (12)$$

donde $\alpha < 0$ modela la rugosidad del blanco y $\gamma > 0$ es el parámetro de escala.

Suponiendo la validez del modelo G_A^0 para resolver la ecuación MAP dada en (11), usando la ecuación (12) como la distribución a priori $f_{X(s)}$, la ecuación MAP se reduce a maximizar la función

$$x \mathbf{a} \left(\frac{z(s)}{x}\right)^{2L-1} \exp\left(-L\left(\frac{z(s)}{x}\right)^2\right) x^{2\alpha_G-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{x^2}\right)$$

cuya única solución positiva es:

$$\hat{x}_{MAP}^{G_A^0}(s) = \sqrt{\frac{2(Lz^2(s) + \gamma)}{2(L - \alpha_G) + 1}} \quad (13)$$

Como no hay información previa acerca de los parámetros (α_G, γ) es necesario estimarlos usando los datos observados en la vecindad $(z(V(s)))$.

Retornando al modelo K_A , para derivar el estimador MAP debemos suponer que la RCS obedece a la ley caracterizada por la distribución raíz cuadrada de Gamma, cuya densidad es

$$f_{X(s)}(x) = \frac{2\gamma^{\alpha_K}}{\Gamma(-\alpha_K)} x^{2\alpha_K-1} \exp(-\gamma x^2) \mathbb{I}_{(0,+\infty)}(x)$$

donde α_K y λ son parámetros positivos. Esta distribución induce a la ley $K_A(\alpha_K, \lambda, L)$ para el retorno, y el único estimador MAP factible en esta situación está dado por

$$\hat{x}_{MAP}^{K_A}(s) = \sqrt{\frac{2\alpha_K - 1 - 2L}{4\lambda} + \sqrt{\left(\frac{2\alpha_K - 1 - 2L}{4\lambda}\right)^2 + \frac{Lz^2(s)}{\lambda}}}$$

donde, nuevamente α_K y λ deben estimarse usando los datos disponibles ($z(V(s))$).

FILTROS ITERATIVOS MAP

Para describir los filtros iterativos MAP para cualquier propuesta Bayesiana, y luego especializarlos en las distribuciones G_A^0 y K_A , denotaremos $D(\theta, L)$ a la distribución de los datos observados (el modelo de degradación) y $P(\theta)$ el modelo a priori. Conviene notar que el parámetro θ es común a ambas, siendo el número de *looks* (conocido o estimado) que permanece inalterable en el proceso.

Siguiendo (Oliver y Quegan, 1998), los filtros iterativos se definen como:

Algoritmo: El filtro iterativo MAP para la distribución $P(\theta)$ para el modelo a priori, el *speckle* distribuido como $\Gamma^{1/2}(L, L)$ y los datos observados distribuidos como $D(\theta, L)$ se lleva a cabo de la siguiente manera:

1. Calcular la primera iteración, es decir, calcular $\hat{X}_{s, P(\hat{\theta}(0)), 0}$, el estimador MAP usando $\hat{\theta}(0) = \hat{\theta}(z)$. Este estimador es calculado usando $D(\theta, L)$ como modelo para los datos observados.
2. Definir el número entero de iteraciones.
3. Para cada $i = 1, \dots, iter$ definir $\hat{X}_{s, P(\hat{\theta}(i)), i}$, el estimador MAP usando $\hat{\theta}(i) = \hat{\theta}(\hat{X}_{P(\hat{\theta}(i-1)), i-1})$. Este estimador es calculado usando $P(\theta)$ como modelo para $\hat{X}_{P(\hat{\theta}(i-1)), i-1}$.

Es de destacar que en el cálculo de cada estimador MAP la observación z_s no varía de una iteración a la siguiente. El cambio se produce en los parámetros $\hat{\theta}(k)$ para cada $0 \leq k \leq iter$. El número de iteraciones puede definirse de antemano, o establecerse usando una regla de parada a partir de los datos.

Estimación de los parámetros para los filtros

Existen varios métodos de estimación de los parámetros, pero por su simplicidad y alta velocidad de cálculo elegimos el método de los momentos. Suponiendo, pues, un modelo para el retorno y usando una ventana alrededor del píxel s , se estiman los parámetros desconocidos del modelo (el número de looks L es conocido o estimado para toda la imagen).

Suponiendo válido el modelo G_A^0 para el retorno, el estimador de usando el método de los momentos está dado en (Manski, 1988) por la solución del sistema formado por las ecuaciones

$$\frac{1}{\sqrt{-\hat{\alpha}_{V,G} - 1}} H(-\hat{\alpha}_{V,G}) = \frac{H(L + \frac{1}{2})}{\sqrt{L}} \frac{\sqrt{m_{2,V}}}{m_{1,V}} \text{ y } \hat{\gamma}_{V,G} = -(\hat{\alpha}_{V,G} + 1) m_{2,V} \quad (14)$$

donde $H(\beta) = \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma\beta - 1} \cdot \forall \beta > 1$, $m_{1,V} = \frac{1}{V} \sum z(t)$ y $m_{2,V} = \frac{1}{V} \sum z^2(t)$.

En los casos en los que no se pueda definir $\hat{\alpha}_{V,G}$ satisfaciendo (14), esto es cuando

$$\frac{m_{1,V}^2}{m_{2,V}} > \frac{1}{L} H^2\left(L + \frac{1}{2}\right) \text{ se toma } \hat{x}_{MAP}^{G_A^0}(s) = \sqrt{m_{2,V}}.$$

Suponiendo el modelo K_A para el retorno, el estimador $(\hat{\alpha}_{V,K}, \hat{\lambda}_{V,K})$ de (α_K, λ) usando el método de los momentos está dado por la solución del sistema formado por las ecuaciones:

$$\hat{\lambda}_{V,K} = \frac{\hat{\alpha}_{V,K}}{m_{2,V}} \text{ y } \frac{1}{\sqrt{\hat{\alpha}_{V,K}}} H(\hat{\alpha}_{V,K} + 1) = \frac{H(L + \frac{1}{2})}{\sqrt{L}} \frac{\sqrt{m_{2,V}}}{m_{1,V}} \quad (15)$$

Usando el hecho (comprobado gráficamente) de que $x \text{ a } \frac{1}{\sqrt{x}} H(x+1)$

es inyectiva en $(0, +\infty)$ se tiene la siguiente relación entre los parámetros de ambas distribuciones:

$$\hat{\alpha}_{V,K} = -\hat{\alpha}_{V,G} - 1, \quad \hat{\lambda}_{V,K} = \frac{(-\hat{\alpha}_{V,G} - 1)^2}{\hat{\gamma}_{V,G}}$$

Si $\frac{m_{1,V}^2}{m_{2,V}} > \frac{1}{L} H^2\left(L + \frac{1}{2}\right)$ entonces definimos $\hat{x}_{MAP}^{K_A}(s) = \sqrt{m_{2,V}}$.

COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS FILTROS

Para comparar el desempeño de los distintos filtros y las distintas cantidades de iteraciones, se utilizaron dos criterios cualitativos y uno cuantitativo. Este último, que fuera presentado en (Oliver y Quegan, 1998) para imágenes intensidad, adaptado a imágenes amplitud puede resumirse de la siguiente manera: si $\hat{X} = (\hat{X}(s))_{s \in S}$ es la imagen resultante de aplicar un cierto filtro, lo que deseamos es que \hat{X} sea próxima a X en algún sentido, luego $\hat{Y} = Z/\hat{X}$ debería tener una distribución como la de $Y = Z/X$ que hemos supuesto ser $\Gamma^{1/2}(L, L)$. En particular deberíamos tener que la media muestral vale

$\bar{\hat{Y}} = \frac{1}{N^2} \sum_{s \in S} \hat{Y}(s) \equiv E(Y) = \frac{H(L+1/2)}{\sqrt{L}}$ y que la desviación estándar está dada por

$$Des(\hat{Y}) = \left(\frac{1}{N^2} \sum_{s \in S} \left(\hat{Y}(s) - \frac{H(L+1/2)}{\sqrt{L}} \right)^2 \right)^{1/2} \equiv \sqrt{\frac{L - H^2(L+1/2)}{L}}$$

RESULTADOS

En este trabajo se han aplicado los filtros antes presentados (denominados en adelante KA-MAP y GA0-MAP) a una imagen real de tamaño 256x256 de la zona norte de Brasil, usando ventanas de tamaño 3x3, 7x7 y 11x11 y distintas cantidades de iteraciones fijadas de antemano (0, 8 y 200). Los filtros fueron implementados usando la plataforma computacional IDL 5.0.

La imagen original puede verse en la Figura 1, donde diversos tipos de ocupación terrestre se manifiestan como otros tantos tipos de contraste y de texturas. La influencia del ruido speckle es evidente en esta imagen, puesto que se trata de una imagen con sólo un look.

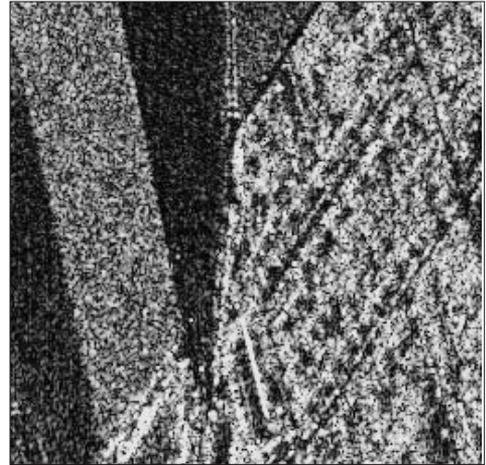


Figura 1. Imagen ERS 1 look

Primeramente, apreciemos en forma cualitativa el efecto de aplicar los filtros definidos anteriormente.

En la Figura 2 pueden visualizarse los resultados obtenidos aplicando los filtros MAP con ventanas de tamaño 3x3 y distintas cantidades de iteraciones. Aplicando los filtros una sola vez (0 iteraciones) las

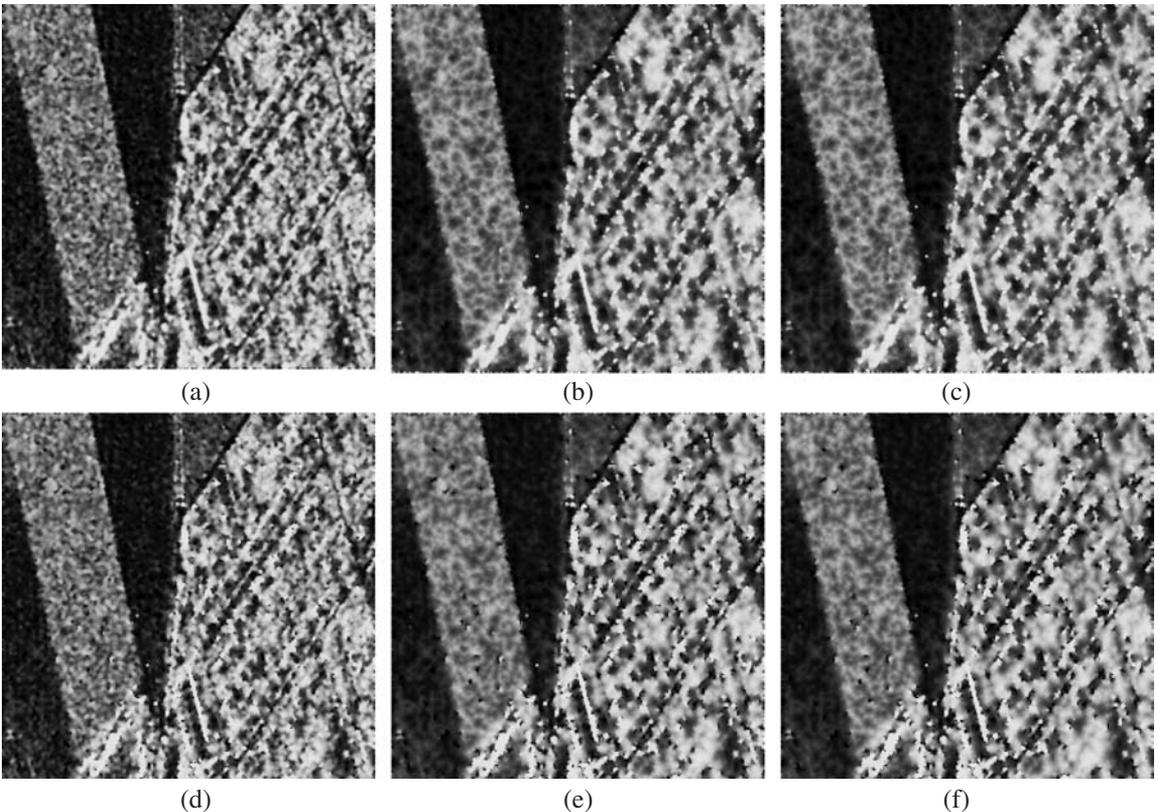


Figura 2. Filtros con ventanas 3x3. GA0-MAP: (a) 0 , (b) 8 , (c) 200 iteraciones. KA-MAP: (d) 0 , (e) 8 , (f) 200 iteraciones.

imágenes resultantes son bastante similares: el *speckle* ha sido casi totalmente eliminado en las zonas oscuras pero permanece prácticamente inalterado en las regiones claras. En ambos filtros a medida que aumenta el número de iteraciones las imágenes resultan más borrosas, lo cual indica que se limpia el *speckle* pero se pierde resolución espacial. Además la apariencia similar que muestran las imágenes filtradas con 8 y con 200 iteraciones no parece justificar el tiempo computacional gastado en realizar 200 iteraciones. Por otra parte, en las imágenes resultantes de aplicar el filtro KA-MAP (inclusive sin iteraciones) aparecen zonas de puntos negros, que evidentemente son falsos. En todos los casos, los caracteres lineales brillantes de la zona urbana (mitad derecha de la imagen) aparecen más engrosados, perdiéndose resolución espacial. Finalmente, aparecen más nítidas las fronteras entre las diversas regiones, una característica deseable y ausente en filtros lineales clásicos.

En la Figura 3 pueden visualizarse los resultados obtenidos de aplicar los filtros MAP con ventanas de tamaño 11x11 y distintas cantidades de iteraciones. En todos los casos el *speckle* se ha quitado a

costa de pérdida de resolución espacial, lo que dificulta la determinación de los bordes en las distintas zonas. Los puntos negros que aparecían en las imágenes filtradas con el KA-MAP y ventanas 3x3 han desaparecido en gran parte. En este caso a medida que aumenta el número de iteraciones aumenta la apariencia de homogeneidad de las distintas zonas.

Tanto en la Figura 2 como en la 3 puede apreciarse que las zonas con muchas estructuras (presumiblemente urbanas) son evidentemente mal reconstruidas por estos filtros, lo cual justifica el análisis de estos filtros incorporando correlación en las vecindades de los píxeles.

Para aplicar el criterio de (Oliver y Quegan, 1998), como la imagen utilizada es de un *look*, resulta que $Y_A \sim \Gamma^{1/2}(1,1)$, y por lo tanto $E(Y_A) \cong 0,886$ y $Des(Y_A) \cong 0,463$. La Tabla 1 presenta los valores de \hat{Y}_A para los filtros implementados. En general los valores de la media para las imágenes resultantes de aplicar el filtro KA-MAP están más cerca del verdadero valor que los resultantes de aplicar el filtro GA0-MAP, pero no podemos decir que la diferencia entre ellos sea estadísticamente significativa.

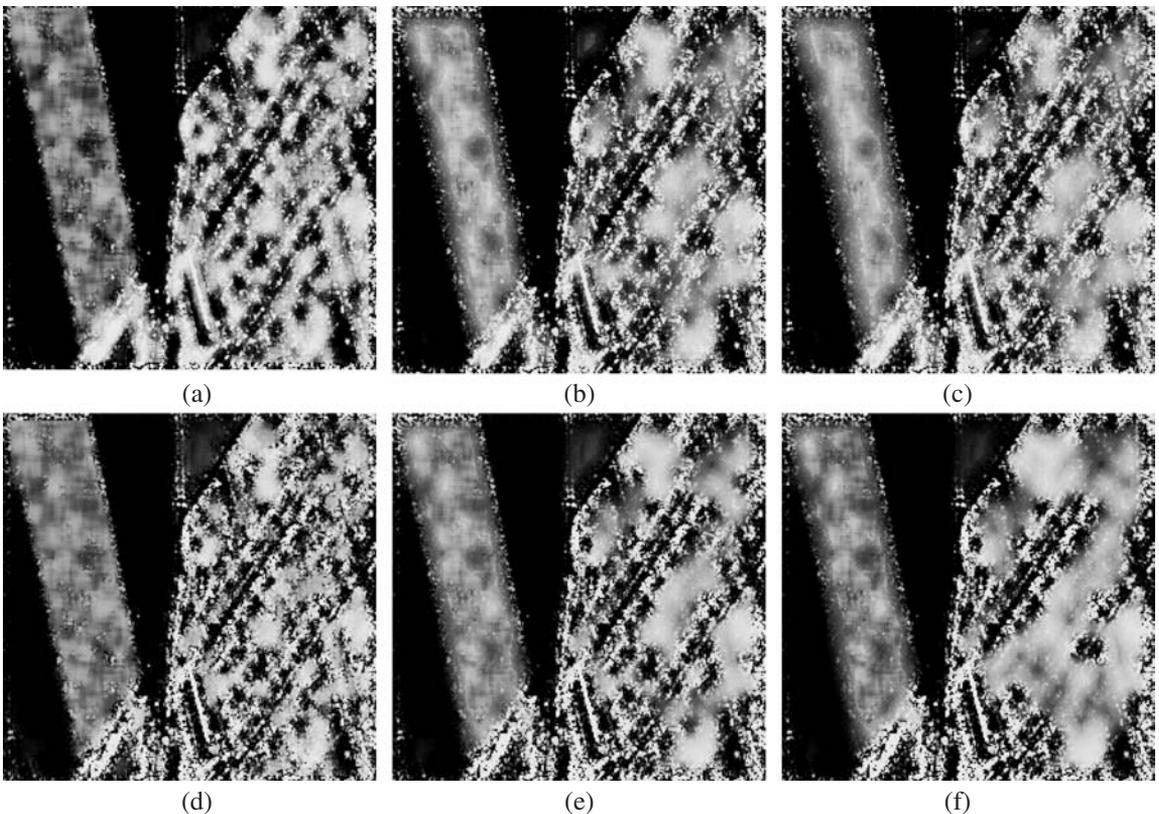


Figura 3. Filtros con ventanas 11x11. GA0-MAP: (a) 0 , (b) 8 , (c) 200 iteraciones, KA- MAP: (d) 0 , (e) 8 , (f) 200 iteraciones.

	Ventanas 3x3		Ventanas 7x7		Ventanas 11x11	
Iteraciones	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka
0	0.920253	0.915982	0.937188	0.939806	0.947156	0.962956
8	1.10428	1.00725	1.08171	1.02929	1.09692	1.05264
200	1.12085	1.00542	1.10414	1.02424	1.12414	1.04734

Tabla 1: Promedios del *speckle* estimado para filtros MAP.

	Ventanas 3x3		Ventanas 7x7		Ventanas 11x11	
Iteraciones	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka	Filtro MAP Ga0	Filtro MAP Ka
0	0.920253	0.915982	0.937188	0.939806	0.947156	0.962956
8	1.10428	1.00725	1.08171	1.02929	1.09692	1.05264
200	1.12085	1.00542	1.10414	1.02424	1.12414	1.04734

Tabla 2: Desvíos del *speckle* estimado para filtros MAP.

En la Tabla 2 se muestran los valores de $Des(\hat{Y}_A)$ para los filtros implementados. El valor más cercano al verdadero valor se obtiene para el filtro KA-MAP con ventanas de tamaño 7x7 y 200 iteraciones. Con 8 y con 200 iteraciones los valores de los desvíos correspondientes a los filtros GA0-MAP siempre son superiores al verdadero valor. En cambio los desvíos para los filtros KA-MAP son infe-

riores al verdadero valor excepto en los casos de ventanas 7x7 y 11x11 con 200 iteraciones. Todo esto lleva a pensar en que sería preferible el uso de los filtros GA0-MAP para evitar la “super-reconstrucción” puesta de manifiesto con valores pequeños del desvío.

Para tener una idea cualitativa de las imágenes del *speckle* estimado se presentan las Figuras 4 y 5,

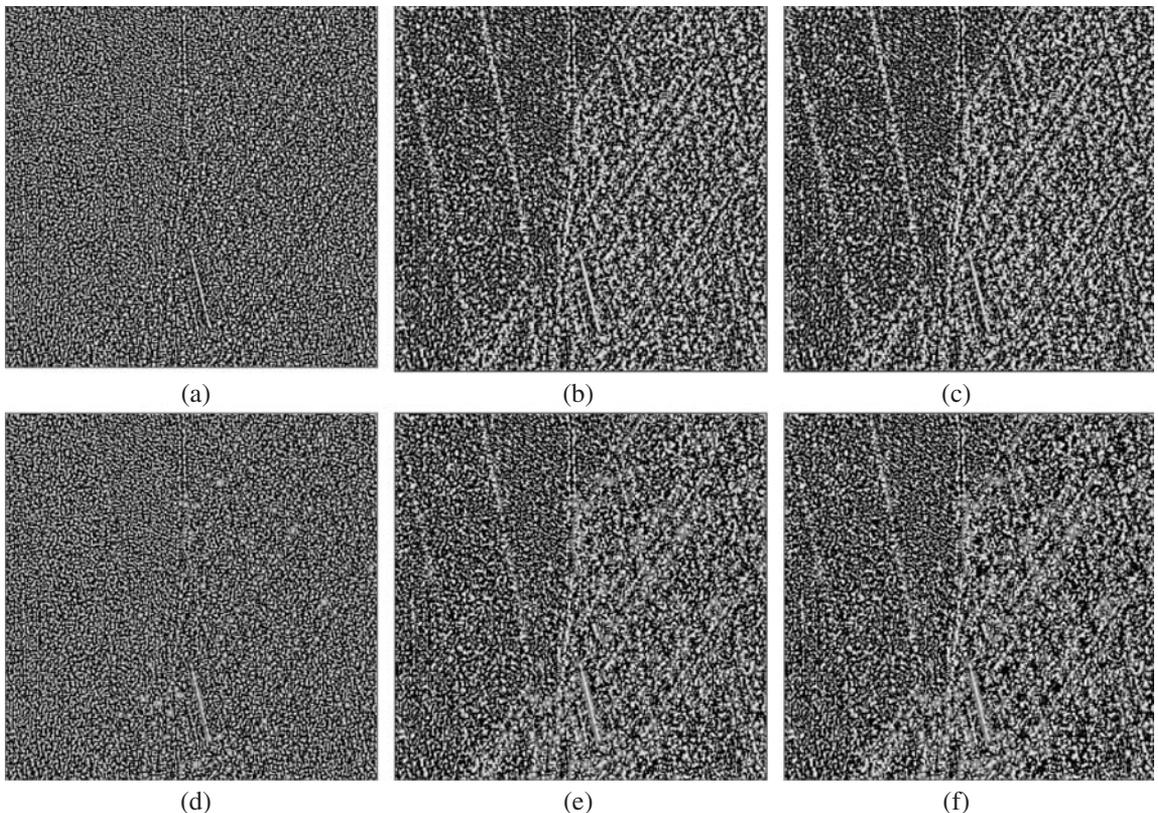


Figura 4. *Speckle* estimado usando filtros con ventanas 3x3. GA0-MAP: (a) 0 , (b) 8 , (c) 200 iteraciones. KA-MAP: (d) 0 , (e) 8 , (f) 200 iteraciones.

que se corresponden con las de los filtros presentados en las Figuras 2 y 3.

Con ventanas 3x3 (Figura 4), cuanto mayor es el número de iteraciones más se visualizan estructuras (en vez de la aleatoriedad que debiera tener el *speckle*) debido a que el filtrado lleva a pérdida de resolución espacial.

El *speckle* obtenido usando ventanas 11x11 (Figura 5) muestra que se pierde más resolución espacial usando KA-MAP que usando GA0-MAP. De todos modos la reconstrucción que realizan ambos filtros no es buena porque no se recupera bien el *speckle*.

COMENTARIOS FINALES

Fueron derivados los filtros de Máximo A Posteriori (MAP) para dos modelos del retorno de imágenes con *speckle*: las distribuciones K_A y G_A^0 . El filtro correspondiente a esta última hipótesis no había sido derivado en la literatura anteriormente.

En este trabajo fueron calculados explícitamente los filtros MAP iterados para las hipótesis mencio-

nadas anteriormente, y estos filtros fueron aplicados a una imagen SAR de un *look*. Se da un algoritmo general para implementar cualquier filtro MAP iterativo, conociendo el modelo a priori y el modelo de degradación.

La implementación de estos filtros requiere la estimación de parámetros desconocidos. Se muestran técnicas de inferencia basadas en el método de analogía para este fin. Los filtros así definidos pueden ser fácilmente implementados en cualquier plataforma computacional, a un costo de procesamiento relativamente bajo.

Los resultados fueron evaluados de forma cuantitativa y cualitativa. Los resultados no son concluyentes, pero apuntan al uso del modelo G_A^0 para obtener, simultáneamente, una buena reducción del ruido sin grandes pérdidas de resolución espacial.

Está previsto continuar con la aplicación de estos filtros incorporando cierta correlación en las vecindades convenientemente elegidas de los píxeles, usando *Simulated Annealing* entre otros procedimientos (trabajo presentado en Oliver y Quegan, 1998 para imágenes intensidad). De esta forma se pretende mejorar el filtrado en áreas extremada-

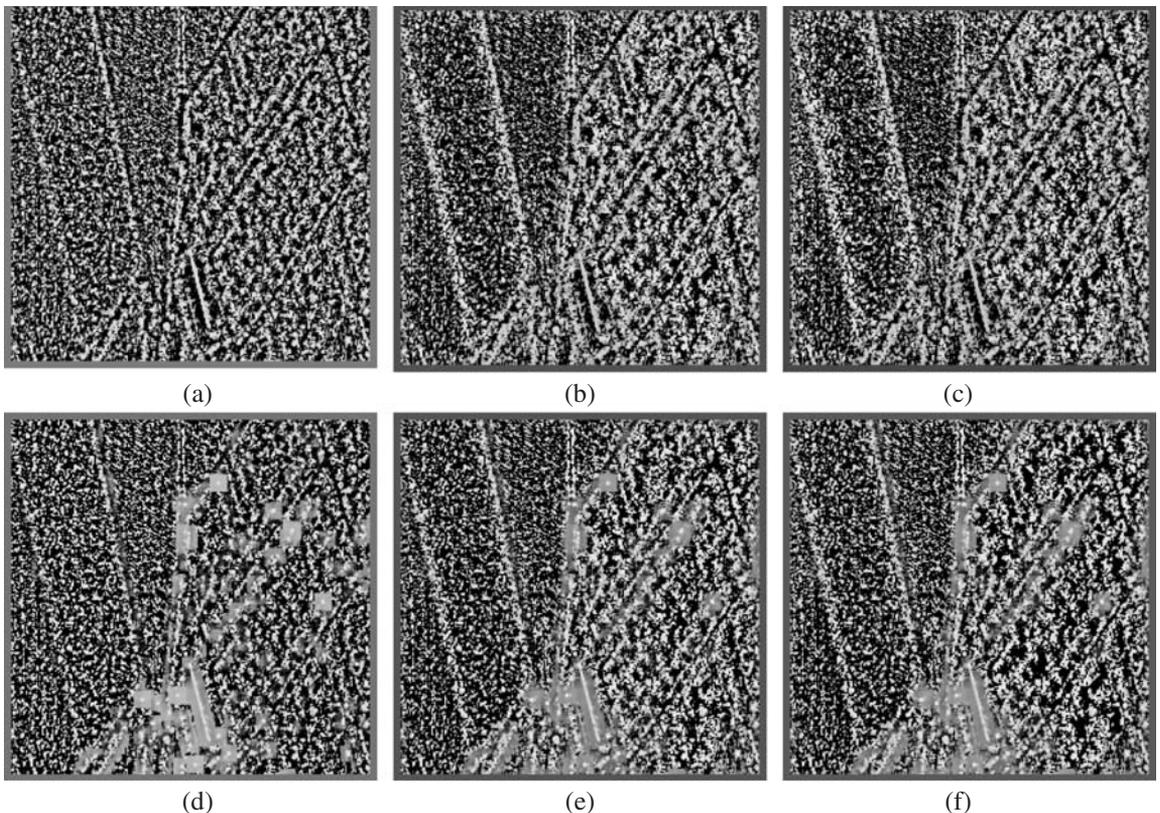


Figura 5. *Speckle* estimado usando filtros con ventanas 11x11. GA0-MAP: (a) 0 , (b) 8 , (c) 200 iteraciones. KA-MAP: (d) 0 , (e) 8 , (f) 200 iteraciones.

mente heterogéneas (como las urbanas) que no han resultado bien reconstruidas.

Otras distribuciones para los datos, dentro del modelo multiplicativo, están siendo derivadas con el mismo fin.

BIBLIOGRAFÍA

- BARNDORFF-NIELSEN, O.E. y BLAESILD, P. 1981. Hyperbolic distributions and ramifications: Contributions to theory and applications. En C. Tallie y B.A. Baldassari, editores, *Statistical distributions in scientific work*, pags. 19-44. Reidel, Dordrecht.
- FRERY, A.C.; MULLER, H.J.; YANASSE, C.C.F y SANT'ANNA, S.J.S. 1997a. A model for extremely heterogeneous clutter *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 35(3): 648-659.
- FRERY, A.C.; SANT'ANNA, S.J.S.; MASCARENHAS, N.D.A. y BUSTOS, O.H. 1997b. Robust inference techniques for speckle noise reduction in 1-look amplitude SAR images. *Applied Signal Processing*, 4:61-76.
- GOODMAN, J.W. 1985. *Statistical Optics*. Pure and Applied Optics. Wiley, New York.
- JAKEMAN, E. y PUSEY, P.N. 1976. A model for non-Rayleigh sea echo. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 24(6):806-814.
- JORGENSEN, B. 1982. *Statistical Properties of Generalized Inverse Gaussian Distributions*. Volumen 9 de Lecture Notes in Statistical. Springer-Verlag, New York.
- LEE, J.S.; JURKEVICH, I.; DEWAELE, P.; WAMBACQ, P. y OOSTERLICH, A. 1994. Speckle filtering of synthetic aperture radar images: a review. *Remote Sensing Reviews*. 8:313-340.
- MANSKI, C.F. 1988. *Analog Estimation Methods in Econometrics*, volumen 39 of Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall, New York.
- MEJAIL, M.; JACOBO-BERLLES, J.; FRERY, A.C. y BUSTOS, O.H. 2000. Parametric roughness estimation in amplitude SAR images under the multiplicative mode. *Teledetección*. 13:37-49.
- MEJAIL, M. 1999. *La Distribución en el Modelado y Análisis de Imágenes de Radar de Apertura Sintética*. Tesis de Doctorado de Cs. de la Computación-Dpto. de Computación - Fac. de Cs. Exactas y Naturales - Universidad de Buenos Aires.
- OLIVER, C. y QUEGAN, S. 1998. *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House, Boston.
- TUR, M.; CHIN, K.C. y GOODMAN, J.W. 1982. When is speckle noise multiplicative? *Applied Optics*. 21:1157-1159.
- VASCONCELLOS, K.L.P y FRERY, A.C. 1996. Maximum likelihood fitting of extremely heterogeneous radar clutter. En *First Latino-American Seminar on Radar Remote Sensing: Image Processing Techniques (SP 407, 1997)*, págs. 97-101, Noorwijk, The Netherlands. ESA.
- YANASSE, C.C.F; FRERY, A.C. y SANT'ANNA, S.J.S. 1995. *Stochastic distributions and the multiplicative model: relations, properties, estimators and applications to SAR image analysis*. Technical Report 5630-NTC/318, INPE São José dos Campos, SP, Brasil.