

Control del compromiso entre la calidad espacial y espectral de imágenes fusionadas

Gonzalo Martín, Consuelo^{1a} y Lillo Saavedra, Mario^b

^{1a} Facultad de Informática, Departamento de Arquitectura y Tecnología de Sistemas Informáticos
Campus Montegancedo 28660, Madrid, España

^b Facultad de Ingeniería Agrícola, Departamento de Mecanización y Energía
Avda. Vicente Mendez 595, Casilla 537, Chillán, Chile

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es comparar las prestaciones de dos algoritmos de fusión de imágenes, capaces de controlar el compromiso entre la calidad espacial y espectral de las imágenes fusionadas. Uno es el algoritmo basado en la Transformada Wavelet, calculada mediante el algoritmo *à trous* y ponderado (TWAP) mediante un criterio de igualdad entre dos índices que miden la calidad espacial y espectral de las imágenes fusionadas. El otro método se basa en una nueva transformada que aúna la simplicidad de la TWA, con las prestaciones de las transformadas multi-dirección- multirresolución.

Palabras claves: Fusión de Imágenes, Banco de Filtros multidirección, *à trous*.

ABSTRACT

The objective of this work is to compare the benefits of two fusion image algorithms with capacity to control the trade-off between the space and spectral quality of the fused images. One is the algorithm based on the Wavelet transform calculated by means of the *à trous* algorithm and weighted (TWAP) by means of the optimization of the commitment between two indices that measure the space and spectral quality of the fused images. The other one is a new method based on one transform that joints the simplicity of the TWA with the multidirectional transform benefits

Keywords: Fusion Image, Directional Filter Bank, Simulated Annealing

Introducción

En las últimas décadas, las estrategias de fusión de imágenes más utilizadas se han basado en técnicas de análisis multi-resolución. Su objetivo era encontrar una transformada discreta que minimizase la incertidumbre intrínseca a los dominios de representación conjunta de la información.

Desde este punto de vista, la Transformada Discreta Wavelet (TDW) se puede considerar como la aproximación más popular. La TDW es una transformación lineal que tiene una gran utilidad en el área del procesamiento de señales, donde una de sus principales aplicaciones consiste en separar conjuntos de datos en com-

ponentes de distinta frecuencia, que luego se representa en escalas comunes. Existen diferentes formas de calcular la transformada Wavelet, entre ellas cabe mencionar el algoritmo piramidal de Mallat (Mallat 1999). Esta metodología proporciona imágenes fusionadas con una alta calidad espectral, sin embargo, su baja anisotropía introduce ruido en los bordes en direcciones diferentes a la horizontal, vertical y diagonal (Candès & Donoho 2000). Dutilleux (1987) propuso un algoritmo alternativo al de Mallat: el algoritmo *à trous* ("con hoyos"). La diferencia fundamental es que éste es de tipo redundante (no decimado). Ello unido a la no-direccionali-

¹ Contacto autor: Te: +34 913367382 Fax: +34 913366601

Correo electrónico: consuelo.gonzalo@upm.es

Copyright: Universidad Nacional del Centro de la provincia de Buenos Aires, Argentina.

dad de los filtros utilizados, permite obtener imágenes fusionadas con mejor calidad espectral y espacial.

A pesar de los buenos resultados proporcionados por la TWA, en el campo de la fusión de imágenes, hay algunos aspectos que todavía no han sido resueltos, como son: por un lado, una selección precisa de los detalles extraídos de la imagen de alta resolución espacial (PAN) y asociados a las altas frecuencias espaciales, minimizando la cantidad de información espectral que esta aporta a la imagen fusionada y por otro lado, maximizando la calidad espectral de la imagen de alta resolución espectral (MULTI) degradada, asociada a las bajas frecuencias espaciales. En este sentido, se han llevado a cabo diferentes aproximaciones como las propuestas por Garzelli *et al* (2006) y Lillo-Saavedra & Gonzalo (2006) que son dos versiones de la metodología de fusión mediante el algoritmo *à trous*, en las cuales se ponderan de dos maneras diferentes la cantidad de información procedente de la imagen PAN que se integra en la MULTI degradada. Sin embargo, esta forma de controlar el compromiso entre la calidad espacial y espectral de las imágenes fusionadas, es extrínseca a la metodología de fusión.

En este marco, surgió la necesidad de proponer un nuevo método de fusión altamente anisotrópico y redundante, que permitiera una selección adecuada de la información extraída de las imágenes fuentes. En este sentido, se propuso un nuevo método de fusión (Lillo-Saavedra & Gonzalo 2007), que incluye ambos aspectos y el cual se basa en una representación multidirección y multiresolución de las imágenes a fusionar, utilizando un único banco de filtros direcciona-

les de muy baja complejidad computacional.

Algoritmos de fusión de imágenes Basado en el algoritmo *à trous* ponderado (TWAP)

La función de escalamiento más usada para el cómputo del algoritmo TWA es la b_3 -spline, que se puede representar como el filtro espacial de tamaño 5x5 que se muestra en la siguiente ecuación:

$$h = \frac{1}{256} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Así, el primer nivel de descomposición se obtiene convolucionando este filtro con la imagen original. Y los siguientes niveles, mediante la convolución de la imagen aproximada obtenida en el nivel anterior con los filtros generados a partir de h (ecuación 1) intercalando filas y columnas de ceros (Lillo-Saavedra & Gonzalo 2006).

Los coeficientes Wavelet se obtienen de la diferencia entre dos niveles consecutivos de descomposición, como se muestra en la ecuación (2):

$$C_{j+1}(x, y) = I_j(x, y) - I_{j+1}(x, y) \quad (2)$$

Para realizar la síntesis de la imagen, desde un nivel de degradación $j+n$, se debe aplicar un criterio aditivo de la sumatoria de todos los coeficientes obtenidos, al último nivel de degradación de la imagen original, como queda expresado en la ecuación (3):

$$I_j(x, y) = I_{j+n}(x, y) + \sum_{k=1}^n C_{j+k}(x, y) \quad (3)$$

Si $I_{j+n}(x, y)$ representa los sucesivos planos degradados que contienen la información de baja frecuencia de una imagen original, y $C_{j+k}(x, y)$ sus respectivos coeficientes Wavelet, que contienen la información de alta frecuencia, entonces es posible plantear un esquema de fusión de imágenes en el que se integre la información de baja frecuencia contenida en una imagen MULTI, con la información de alta frecuencia contenida en los coeficientes Wavelet de una imagen de alta resolución espacial (PAN), para obtener como resultado una imagen MULTI de alta resolución espacial.

Núñez *et al.* (1999), han propuesto dos metodologías para realizar la fusión de imágenes multispectrales con imágenes pancromáticas. La primera se denomina método sustitutivo, y consiste en degradar en n planos Wavelet, por medio del algoritmo *à trous*, la imagen MULTI previamente re-muestreada al mismo tamaño de la imagen PAN, obteniendo así el contenido de baja y alta frecuencia de la imagen MULTI. De la misma forma, se descompone la imagen PAN, obteniendo sus componentes de baja y alta frecuencia. Finalmente, se obtiene una imagen fusionada, sustituyendo, en la transformada inversa, el último plano, $I_{j+n}(x, y)$, de cada banda de la imagen MULTI, por la sumatoria de los coeficientes Wavelet de la imagen PAN. La segunda metodología se denomina aditiva, y supone degradar solamente la imagen PAN e in-

tegrar la sumatoria de sus coeficientes Wavelet a las diferentes bandas de la imagen MULTI original en la transformada inversa.

Ambas estrategias de fusión presenta dos inconvenientes comunes, el primero es que se integra directamente la información de la imagen PAN en la imagen multispectral, sin considerar las características espectrales particulares de cada banda de esta imagen y el segundo es la imposibilidad de controlar el compromiso inherente entre la calidad espacial-espectral de la imagen fusionada. Con objeto de paliar estos inconvenientes, Lillo-Saavedra & Gonzalo (2006) propusieron modificar el algoritmo *à trous*, estableciendo un mecanismo que permita controlar dicho compromiso, mediante la introducción de un factor de ponderación de los coeficientes Wavelet de la imagen PAN. La ecuación (4) representa, de una manera formal, el algoritmo de fusión propuesto:

$$I_{FUS}^i(x, y) = I_{MULTI}^i(x, y) + \alpha^i \sum_{k=1}^W C_{PAN_k}^i(x, y) \quad (4)$$

Donde los índices i y j representan el número de bandas y el nivel de degradación de la imagen MULTI, respectivamente; y W corresponde al número de planos Wavelet a integrar desde la imagen PAN a la imagen MULTI.

El factor de ponderación α , se obtiene a partir de la definición de la función objetivo, incluida a continuación:

$$FO = E_{\text{espacial}} - E_{\text{espectral}} \quad (5)$$

Donde E_{espacial} representa el índice ERGAS espacial (Lillo-Saavedra *et al.* 2005) y $E_{\text{espectral}}$ el correspondiente índice espectral (Wald 2002). La representación de esta función objetivo respecto al parámetro α , describe una curva, cuyo mínimo será el factor de ponderación que haga tender a cero a dicha función.

Basado en un banco de filtros multidirección-multirresolución (MDMR)

La reciente aparición de nuevas transformadas como: Curvelets (Candes y Dohono 1999 a), Ridgelets (Candes y Dohono 1999 b) y Contourlets (Do y Vetterli 2005), más eficientes desde el punto de vista de la representación de la información que la TDW, abre un nuevo campo de investigación en el área de los algoritmos de fusión de imágenes. Estas nuevas transformadas son altamente anisotrópicas, permitiendo una extracción mucho más eficaz de los detalles espaciales, en diferentes direcciones.

De forma general, se puede afirmar que la mayoría de las representaciones de imágenes

multidirección-multirresolución, se basan en la aplicación de un doble banco de filtros. Uno para el paso de un nivel de resolución superior al inferior y otro direccional que capta las características direccionales en cada uno de los niveles. En el trabajo realizado por Lillo-Saavedra y Gonzalo (2007), se propuso utilizar un único banco de filtros de paso bajo direccional con una doble funcionalidad, de tal forma que en cada nivel, la degradación de la imagen se realiza mediante un filtro paso bajo con una determinada orientación, aplicado en el dominio de Fourier, así en el nivel n de la transformada, se tiene que:

$$I^{n+1}(x, y) = TDF^{-1}(TDF(I^{n-1}(x, y)) \cdot H_{\theta_n}(u, v)) \quad (6)$$

Donde $H_{\theta_n}(u, v)$ representa la función de transferencia del filtro de paso bajo, aplicado en el nivel θ_n y TDF es la transformada discreta de Fourier. En la ecuación (7) se presenta de manera formal el filtro de paso bajo utilizado (Lakshmanan 2004):

$$H_{\theta_n}(u, v) = H_{\theta_n}^1(u) \times H_{\theta_n}^2(v) - \gamma u H_{\theta_n}^1(u) \times v H_{\theta_n}^2(v) \quad (7)$$

Donde γ está dado por la relación

$$(a^2 - b^2) \sin(2\theta_n) / (a^2 b^2) \gamma :$$

$$H_{\theta_n}^1(u) = \exp(-u^2 (\frac{\cos^2 \theta_n}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta_n}{b^2})) \quad (8)$$

$$H_{\theta_n}^2(v) = \exp(-v^2 (\frac{\cos^2 \theta_n}{b^2} + \frac{\sin^2 \theta_n}{a^2})) \quad (9)$$

Los parámetros a y b definen la escala del filtro y su elongación, en otras palabras la geometría del filtro.

La característica más interesante de este filtro, no es su forma elíptica, sino su carácter direccional, mediante la asignación de pesos altos a los valores correspondientes a una determinada dirección y pesos menores a su dirección ortogonal.

Esta información direccional es posible extraerla mediante la diferencia de las imágenes degradadas direccionalmente en dos niveles consecutivos. Esta información es almacenada en los coeficientes de la transformada asociados a cada nivel:

$$\text{Coef}_{\theta_n}^i(x, y) = I^{n+1}(x, y) - I^{n-1}(x, y) \quad (10)$$

A partir de la ecuación (6) y (10), la imagen original se puede recuperar completamente mediante la siguiente expresión:

$$I^i(x,y) = I^{i+k}(x,y) + \sum_{n=1}^k \text{Coef}_{b_n}^i(x,y) \quad (11)$$

Es decir, sumando a la imagen correspondiente al mayor nivel de degradación (k), todos los coeficientes direccionales, en un procedimiento análogo al utilizado en la TWA.

Bajo las consideraciones anteriores, la metodología de fusión de imágenes que se utiliza en este trabajo esta basada en la transformada MDMR y queda formalmente expresada en la ecuación (12):

$$\text{FUS}(x,y) = \text{MULT}_k^i(x,y) + \sum_{n=1}^k \text{Coef}_{b_n}^{\text{PAN}}(x,y) \quad (12)$$

Donde $\text{FUS}_i^k(x,y)$ representa la i -ésima banda de la imagen fusionada, $\text{MULT}_k^i(x,y)$ representa la i -ésima banda de la imagen MULTI degradada en k direcciones, y $\sum_{n=1}^k \text{Coef}_{b_n}^{\text{PAN}}(x,y)$ representa la sumatoria de los coeficientes de la imagen PAN (ecuación 10).

Las dos características mas relevantes de esta metodología, son, por una parte su alta anisotropía y por otra, la posibilidad de establecer de una forma controlada y objetiva, mediante un diseño adecuado de los filtros, el compromiso entre la calidad espacial y espectral de la imagen fusionada, inherente a todos los metodos de fusion, pero no controlable en la mayoría de los casos.

De forma analoga al caso de la transformada TWAP, se ha definido la misma funcion objetivo (ecuacion 5) para determinar los valores de a y b que optimizan el compromiso entre la calidad espacial y espectral de las imagenes fusionadas. En este caso, al depender la funcion objetivo de dos parametros (a y b), su determinacion implica la busqueda del minimo de la correspondiente superficie.

Resultados

El estudio comparativo entre las dos metodologías de fusión descritas en la sección anterior se ha llevado a cabo, para diferentes escenas, registradas por diferentes sensores, habiéndose obtenido resultados similares en la mayoría de los casos. En este trabajo se ha selecciona-

do una escena capturada por el sensor pancromático y multiespectral a bordo del satélite QUICKBIRD para ilustrar dichos resultados. Esta escena fue registrada el 22 de Agosto de 2002 y su tamaño es de 128x128 y 512x512 píxeles para la imagen MULTI y PAN respectivamente. Esta escena esta ubicada al noroeste de Madrid, España.

En la Fig. 1(a) se muestra la composición NGB (NearIR-Green-Blue) de la imagen MULTI y en la Fig. 1(b) su correspondiente imagen PAN.

Con objeto de aplicar la metodología de fusión descrita en la sección 2.1, se han obtenido los valores del parámetro $f_{\lambda i}$, para cada una de las bandas espectrales, que proporcionaban imágenes con los mismos valores de ERGAS espectral y espacial (Wald 2002 y Lillo&Gonzalo 2005). Los valores obtenidos se han incluido en la Tabla 1. En ella se puede observar, como la cantidad de información espacial que se va a inyectar en cada una de las bandas espectrales de la imagen MULTI, durante el proceso de fusión, es diferente, lo cual es razonable ya que este parámetro de alguna forma compensa las diferencias espectrales entre las imágenes a fusionar. De hecho cabe destacar, que este método elimina la necesidad de adaptar el histograma de la imagen PAN a cada una de

las bandas espectrales de la MULTI, previamente al proceso de fusión, necesario en otras metodologías.

Tabla 1. Valores de α obtenidos para el método de fusión ponderado basado en el algoritmo a trous, para cada una de las bandas.

α_1	α_2	α_3	α_4
0.7793	0.6186	0.5853	0.6590

Una composición NGB de la imagen fusionada con estos valores se puede observar en la Figura 1(c).

El método descrito en la sección 2.2 se ha aplicado a la misma imagen, utilizando un tamaño de filtro de 5 muestras, 23 direcciones y los valores de los parámetros de los filtros a y b reflejados en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros del banco de filtros para el método de fusión basado en la transformada MDMR

	B1	B2	B3	B4
a	0,5670	0,7973	0,8240	0,7014
b	1,7205	1,8117	2,0493	1,5462

La composición NGB de la imagen fusionada por el método MDMR se ha incluido en la Figura 1 (d).

Dado que la comparación visual de las dos imágenes fusionadas completas no permite apreciar diferencias significativas entre ellas, se han incluido en las Figuras 1 (e-l) dos ampliaciones de diferentes zonas, tanto de la imagen multispectral original, como de la imagen PAN y de las dos imágenes fusionadas. En ellas, se puede apreciar la mejor calidad tanto espacial como espectral proporcionada por la imagen fusionada mediante el método MDMR. Cabe señalar la mayor nitidez de esta última imagen, así como una conservación mejor de los colores de la imagen MULTI original, frente a los proporcionados por el método (TWAP), más desvaídos.

Con objeto de cuantificar los resultados obtenidos, se ha calculado el índice global Q4 (Alparone 2004) para las dos imágenes fusionadas, habiéndose obtenido los valores de 0,8208 para la imagen fusionada por el método TWAP y 0,8993 para el método MDMR, corroborando estos valores, los resultados visuales. Por otro lado, es preciso señalar que existen diferencias entre el coste computacional de ambos métodos. A continuación se incluye una sencilla estimación de dicho coste. En el caso del método TWAP, para acceder de un nivel de descomposición al siguiente es preciso convolucionar la imagen en ese nivel con un filtro que va variando de tamaño con el nivel, al ir intercalando ceros entre las filas y las columnas. De tal forma que para el primero es de 5x5, para el siguiente 9x9, 17x17, etc.... De forma general se tiene que para una imagen de tamaño NxM y una máscara de nxm el número de operaciones implicadas en la convolución son nxm x NxM multiplicaciones y el mismo número de sumas. Por lo que asumiendo una dependencia lineal de las sumas con el tamaño de las entradas y una dependencia cuadrática para las multiplicaciones, se pueden despreciar las primeras y estimar la complejidad computacional de la convolución en función de las segundas. Aunque existen operaciones adicionales de suma y resta en el proceso, su coste es despreciable respecto a la con-

volución, lo único a tener en cuenta es que hay que realizar 2 por cada nivel de descomposición, una por cada una de las imágenes fuente, por lo que una aproximación a la carga computacional de este método de fusión, suponiendo tres niveles de degradación y asumiendo que la imagen es cuadrada, vendría dada por la siguiente expresión:

(13)

$$CC(TWAP) = 2 * k * (25 + 81 + 289 + \dots) * N^2$$

Donde k representale número de niveles de descomposición y N² el número de píxeles de la imagen.

Si se hacen las mismas consideraciones para el método de fusión MDMR, se tiene que en cada nivel de descomposición direccional, se deben hacer 2 FFT (directa e inversa) y N² multiplicaciones en el dominio de Fourier, para cada una de las imágenes fuente, por lo que se podría estimar su carga computacional en:

(14)

$$CC(MDMR) = 2 * k' * N^2 (1 + 2 \log_2 N^2)$$

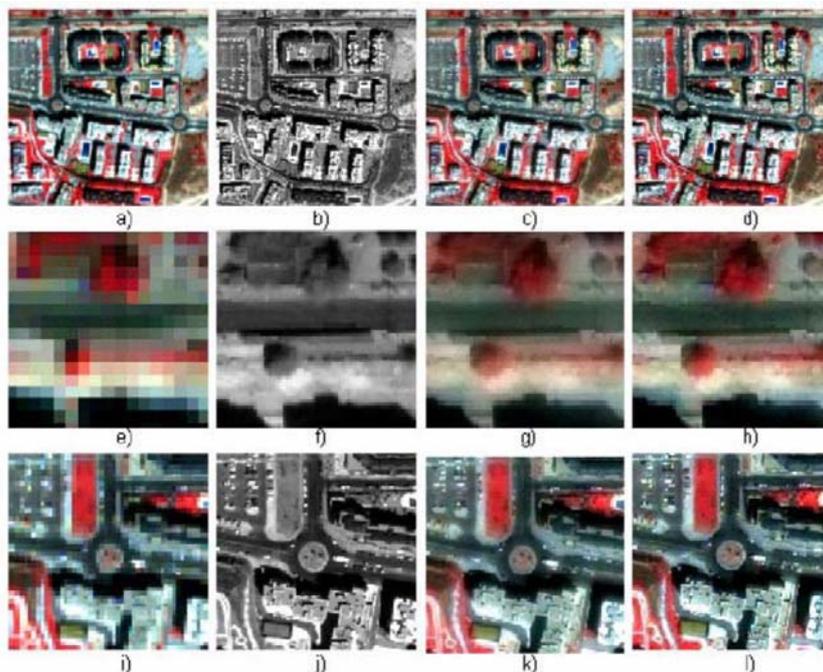


Fig. 1: Escena QUICKBIRD: a) Imagen MULTI original. (b) Imagen PAN. (c) Imagen fusionada con el método basado en la TWAP. (d) Imagen fusionada con el método basado en la transformada MDMR. Ampliaciones para la imagen MULTI original (e y i), la imagen PAN (f y j) y las imágenes fusionadas mediante los métodos basados en la TWAP (g y k) y MDMR (h y l).

Es preciso señalar que normalmente $k < k'$. Y tener en cuenta que en esta estimación no se ha considerado el coste del diseño de los filtros en ambas transformadas.

En la Figura 2 se ha representado en escala logarítmica la variación de la estimación del coste computacional de los dos algoritmos investigados. En ella se puede apreciar como aunque para tamaños de imágenes pequeños el coste es similar, a medida que aumenta este tamaño se va incrementando la diferencia entre el coste asociado a los dos métodos de fusión. Es preciso llevar a cabo un estudio más exhaustivo en el que se incluya el coste computacional de los filtros, para ver su efecto en el cómputo global.

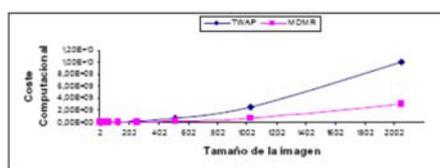


Fig. 2: Coste computacional para los algoritmos de fusión TWAP y MDMR

Conclusiones

En este trabajo se han presentado y comparado dos metodologías de fusión que permiten controlar y optimizar el compromiso entre la calidad espacial y espectral de las imágenes fusionadas.

El mecanismo que permite en cada uno de los casos dicho control es muy diferente. En el caso de la metodología basada en la transformada Wavelet, calculada mediante el algoritmo *à trous*, se ha introducido un factor de ponderación de la información de detalle procedente de la imagen PAN que se inyecta a la imagen MULTI. Mientras que en el caso de la transformada MDMR, el control viene determinado por el diseño de los filtros de la propia transformada. Ello unido a las mejores prestaciones de las transformadas multidirección-multirresolución para la representación de la información de una señal, hace que esta última aproximación se presente como un marco más formal para abordar la fusión de imágenes, desde un punto de vista teórico.

A partir de los resultados, tanto visuales como numéricos presentados en este trabajo, se puede concluir que la calidad espacial y espectral de las imágenes fusionadas mediante el método MDMR es superior a las del método TWAP.

Además, una sencilla estimación del coste computacional de ambas metodologías de fusión, en la que no se ha tenido en cuenta el coste del diseño de los filtros, indica el menor coste de la metodología MDMR.

Agradecimientos

Los autores del presente trabajo agradecen el soporte financiero de la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología de Chile (FONDECYT-11060056) y de la Universidad Politécnica de Madrid, España (AL07-PD-052). Los autores quieren agradecer a la empresa INDRA Espacio la cesión de las imágenes utilizadas en este estudio.

Referencias

- Alparone, L., Baronti, S., Garcello, A., Nencini, F., 2004, A global measurement of pan-sharpened multispectral imagery. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 1: 313-317.
- Candès, E. J. and Donoho, D. L. 1999a. Curvelets A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. *Curve and Surfaces*, L. Schumaker et al. (eds.), Vanderbilt University Press, Nashville, TN.
- Candès, E. J. and Donoho, D. L. 1999b. Ridgelets: The key to higher-dimensional intermitency?. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*. 357: 2495–2509.
- Candès, E. J. and Donoho, D. L. 2000. Curvelets, Multiresolution Representation, and Scaling Laws. *Wavelet Applications in Signal and Image Processing VIII*, A. Aldroubi, A. Laine, M. Unser (eds.), in *Proc. SPIE* 4119: 1-12.
- Do, M., N. and Vetterli, M.. 2005. The Contourlet Transform: an Efficient Directional Multiresolution Image Representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14: 2091-2106.
- Duttilleux, P. 1987. An implementation of the algorithm à trous to compute the wavelet transform. J. Combes, A. Grossmann, Ph. Tchamitchian (eds), *Proc. Compt-rendus du congrès ondelettes et méthodes temps-fréquence et espace des phases*, Marseille, Springer-Verlag, 298-304.
- Garzelli, A., Nencini, F., 2006. PAN-Sharpening of very high resolution multispectral images using genetic algorithms. *International Journal of Remote Sensing*, 27 (15), 3273-3292.
- Lakshmanan, V. 2004. A separable filter for directional smoothing. *IEEE Geosciences and Remote Sensing Letters*, 1: 192–195.
- Lillo-Saavedra, M., Gonzalo, C., Arquero, A. and Martinez, E. 2005. Fusion of multispectral and panchromatic satellite sensor imagery based on tailored filtering in the Fourier domain. *International Journal of Remote Sensing*, 26: 1263-1268.
- Lillo-Saavedra and M., Gonzalo. 2006. Spectral or spatial quality for fused satellite imagery? A trade-off solution using wavelet à trous algorithm. *International Journal of Remote Sensing*, vol. 27, 7: 1453-1464.
- Lillo-Saavedra and M., Gonzalo. 2007. Multispectral images fusion by a joint multidirectional and multiresolution representation. *International Journal of Remote Sensing* (in press).
- Mallat, S., 1999, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, 2nd ed., Academic Press, Elsevier.
- Núñez, J., Otazu, X., Fors, O., Prades A., Palá, V and Arbiol, R., 1999, *Multiresolution-Based Image Fusion with Additive Wavelet Decomposition*. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 37, nº3, pp. 1204-1211.
- Wald, L. 2002. *Data Fusion, Definition and Architectures: Fusion of Image of Different Spatial Resolution*. Le Presses de l'École des Mines, Paris.