

OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISPERSIÓN PUNTUAL (PSF) EN IMÁGENES SPOT CONVENCIONALES

C. Pinilla (*), F.J. Ariza (*) y J.A. Peláez (**).

cpinilla@ujaen.es

(*) *Grupo de Investigación en Ingeniería Cartográfica. Universidad de Jaén. Virgen de la Cabeza, 2. 23071 – Jaén.*

(**) *Departamento de Física. Universidad de Jaén. Virgen de la Cabeza, 2. 23071 - Jaén.*

RESUMEN. Si se conoce la Función de Dispersión Puntual (PSF) de un sistema formador de imágenes es posible conocer cómo se degrada una imagen real durante el proceso de adquisición. Ello permite posteriormente aplicar procedimientos de restauración de la señal original. Cuando se calibra un instrumento es posible aplicar señales conocidas para estudiar cómo son degradadas. En el caso de imágenes espaciales, la imposibilidad de someter al sistema a este tipo de señales una vez en órbita obliga a establecer procedimientos para inferir la PSF a partir de mediciones efectuadas sobre la propia imagen. Este trabajo proporciona un procedimiento sencillo para extraer la PSF de imágenes SPOT pancromáticas sobre tierra firme.

ABSTRACT. The image degradation knowledge while it is acquired is possible if we know the Point Spread Function (PSF) of the system. In this way we could restore the original signal by application of some procedures. When we calibrate a measuring instrument we apply well-known signals in order to study how they are degraded. In a spaceborne system, this is impossible and we are required to derive the PSF from measuring on the same image. This work provides a simple procedure in order to derive the PSF of SPOT-Pan scenes.

Palabras clave: PSF, deconvolución, restauración, Fourier, procesamiento de imagen.

INTRODUCCIÓN

Cualquier sistema formador de imágenes introduce anomalías en el registro de la señal procedente del espacio objeto. La consecuencia más evidente es la difumina-

ción de los contornos que definen las formas, de especial relevancia en teledetección cartográfica. Cuando la fragmentación territorial ronda unas dimensiones del mismo orden de magnitud que la resolu-

ción espacial del sensor utilizado, esto se traduce en una imagen confusa, en la cual los rasgos definitorios de los elementos a lo sumo se adivinan. Tal es el caso de los núcleos urbanos en imágenes Landsat-TM e incluso SPOT pancromático.

La función de suavizado característica del conjunto integrado por el propio sistema formador de imágenes y la atmósfera dispersante es la Función de Dispersión Puntual PSF (*Point Spread Function*). En un sistema discreto como el de las imágenes digitales, la PSF es la imagen bidimensional de un punto del espacio objeto, que no es solamente el propio punto registrado en una celda sino un conjunto de valores asociados a las celdas vecinas.

En las operaciones de restauración digital mediante deconvolución es esencial conocer la PSF que ha afectado la adquisición de la imagen. El objetivo de este trabajo es proporcionar un procedimiento fácil para la determinación de la PSF en imágenes SPOT pancromáticas.

FUNDAMENTO FÍSICO

Si se considera un sistema lineal formador de imágenes H , la respuesta $h(x,y)$, del sistema a la exci-

tación producida por un impulso unitario $\delta(x,y)$ es (Pinilla 1997):

$$H\{\delta(x,y)\}=h(x,y) \quad (1)$$

Si el sistema es además invariante, o de parámetros constantes, entonces:

$$H\{\delta(x-u, y-v)\}=h(x-u, y-v) \quad (2)$$

Una entrada arbitraria $f_e(x,y)$ al sistema, por ejemplo, una escena real, puede escribirse como la convolución entre ella misma y un impulso unitario:

$$f_e(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f_e(u,v)\delta(x-u, y-v)dudv \quad (3)$$

Si $f_r(x,y)$ es la respuesta del sistema a la entrada arbitraria $f_e(x,y)$, teniendo en cuenta (2) y que el sistema es lineal:

$$\begin{aligned} f_r(x,y) &= H[f_e(x,y)] = \\ &= H\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f_e(u,v)\delta(x-u, y-v)dudv\right] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f_e(u,v)H[\delta(x-u, y-v)]dudv = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f_e(u,v)h(x-u, y-v)dudv \quad (4) \end{aligned}$$

que es la expresión de una convolución. En consecuencia, aprovechando la propiedad conmutativa de la convolución, puede expresarse que:

$$f_r(x,y)=h(x,y)\otimes f_e(x,y) \quad (5)$$

es decir, que la imagen formada es la convolución entre la imagen real y la respuesta del sistema al impulso unitario. De otra parte, una con-

secuencia de lo anterior es que la respuesta de un sistema lineal está unívocamente determinada por el conocimiento de la respuesta del sistema al impulso unitario. Si se conoce cómo transforma el sistema una entrada unitaria, podrá conocerse con exactitud el resultado cuando la entrada sea una función de mayor complejidad, como lo es cualquier imagen espacial.

DEDUCCIÓN DE LA PSF

En consecuencia con lo anterior, es necesario conocer la respuesta del sistema a un impulso unitario. En imágenes digitales, puede considerarse de forma aproximada que un impulso unitario equivale a una celda brillante sobre un fondo homogéneo negro. Para la posición (m,n) es:

$$\delta(i,j) = \begin{cases} 1 & i=m, j=n \\ 0 & \text{en los demás casos} \end{cases} \quad (6)$$

Esta circunstancia no es muy común en imágenes ordinarias, bien porque no se encuentre un solo punto brillante aislado o bien porque el fondo no sea lo suficientemente oscuro. En estos casos puede recurrirse a otro procedimiento. La PSF que define la respuesta al impulso unitario puede ser explicada como el producto ordenado de dos funciones de dispersión lineal LSF (*Lineal Spread Function*) ortogonales, especialmente las pertenecientes a las direcciones

de columnas y líneas. La LSF según líneas, por ejemplo, es la respuesta del sistema al perfil radiométrico de una línea en la que uno de sus celdas fuese de luminancia 1, en tanto que el resto fuese 0. Si se tiene la certeza de que en la imagen existe alguna estructura geométrica lineal muy brillante sobre fondo oscuro que tenga además una anchura equivalente a la resolución espacial del sistema y su orientación es el de las columnas de la imagen, un perfil radiométrico de cualquier línea de imagen que corte dicha estructura proporciona la LSF en su entorno. También es poco frecuente encontrar estas condiciones en la mayoría de las imágenes.

Sin embargo, es posible extraer una LSF de otro tipo de estructuras *en escalón*, más fáciles de encontrar (McGillem *et al.* 1983). Por ejemplo, es frecuente en imágenes SPOT del territorio peninsular español encontrar al menos un embalse de agua. La línea de contacto presa-agua proporciona una estructura de luminancia suficientemente contrastada como para poder considerarla una buena aproximación a la función escalonada. En este caso, el procedimiento puede basarse en el siguiente fundamento.

El impulso unitario unidimensional $\delta(x)$ es en realidad la derivada de una función $u(x)$:

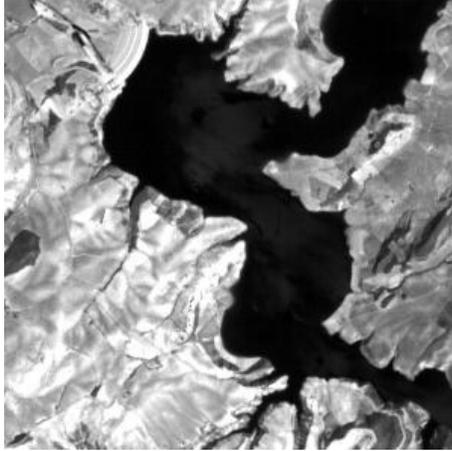


Figura 1.- Imagen original del embalse de Vadamojón.

$$\delta(x) = \frac{du(x)}{dx} \quad (7)$$

que, a su vez, se define así:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(x)f(x)dx = \int_0^{\infty} f(x)dx \quad (8)$$

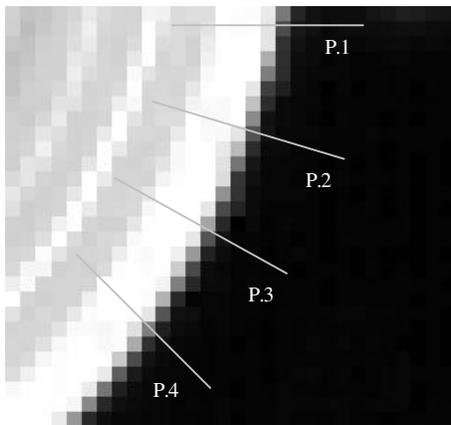
es decir, sólo extrae los valores positivos de cualquier función de prueba $f(x)$. La función generalizada o simbólica $u(x)$ se denomina función escalonada unitaria o función unitaria de Heaviside y para un escalón situado en cualquier punto x_0 suele definirse:

$$u(x-x_0) = \begin{cases} 0 & \forall x > x_0 \\ 1 & \forall x < x_0 \end{cases} \quad (9)$$

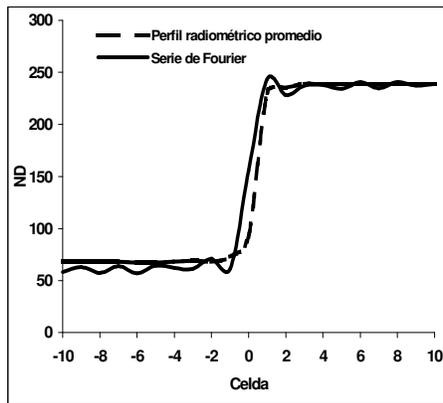
no estando definida para $x = x_0$. Si en lugar de un escalón unitario se

considera una función suavizada del mismo, su derivada será un impulso suavizado. En consecuencia, esta propiedad puede ser utilizada para estimar la LSF de la imagen a partir de la derivada del perfil radiométrico de un escalón suavizado como el propuesto. En este trabajo se han extraído varios perfiles radiométricos de una subimagen SPOT pancromática de la presa de Vadamojón en el suroeste de la provincia de Jaén (Figura 1).

Con ellos se elaboró un perfil radiométrico promedio, remuestreando los valores a un tamaño constante de celda de 10 m (Figura 2). La manipulación posterior de los datos aconsejó prolongar indefinidamente el perfil radiométrico hacia izquierda y derecha manteniendo constante el último de los ND de cada lado, con el objeto de extraer una Serie de Fourier de suficientes términos que permitiera la regeneración fiel de la señal.



(a)



(b)

Figura 2.- Ampliación de la presa (a) y perfiles radiométricos promedio extraídos directamente y regenerados mediante Serie de Fourier (b).

La derivada de la serie de Fourier del perfil radiométrico promedio demostró no ser muy diferente que la generada discretamente a partir de las pendientes locales del propio perfil (Figura 3). Además la PSF deducida a partir de la primera

incluía lóbulos laterales no deseables que no responden a la realidad, como pudo comprobarse posteriormente cuando al utilizar la PSF como fuente para la generación de una función de deconvolución, la imagen restaurada presentaba *ecos* atenuados de cada uno de los rasgos lineales. Por lo tanto, es posible utilizar directamente los perfiles radiométricos de estructuras como la presentada para derivar una LSF aceptable.

La LSF de la imagen presentada se obtuvo simetrizando los nueve valores centrales de la derivada discreta, quedando un vector \bar{x} con los siguientes componentes:

0.48 1.45 4.83 9.18 133.3 9.18 4.83 1.45 0.48
0

La matriz PSF se generó multiplicando este vector con su traspuesto y normalizando el resultado a fin de que su aplicación mediante convolución sobre cualquier imagen no modificase su luminancia media (Foster y Best 1994):

$$PSF = \frac{\bar{X}^t \cdot \bar{X}}{\sum_i \sum_j a_{ij}} \quad (10)$$

que quedó del siguiente modo:

```
.0000 .0000 .0001 .0002 .0024 .0002 .0001 .0000 .0000
.0000 .0001 .0003 .0005 .0071 .0005 .0003 .0001 .0000
.0001 .0003 .0009 .0016 .0236 .0016 .0009 .0003 .0001
.0002 .0005 .0016 .0031 .0448 .0031 .0016 .0005 .0002
.0024 .0071 .0236 .0448 .6513 .0448 .0236 .0071 .0024
.0002 .0005 .0016 .0031 .0448 .0031 .0016 .0005 .0002
.0001 .0003 .0009 .0016 .0236 .0016 .0009 .0003 .0001
.0000 .0001 .0003 .0005 .0071 .0005 .0003 .0001 .0000
.0000 .0000 .0001 .0002 .0024 .0002 .0001 .0000 .0000
```

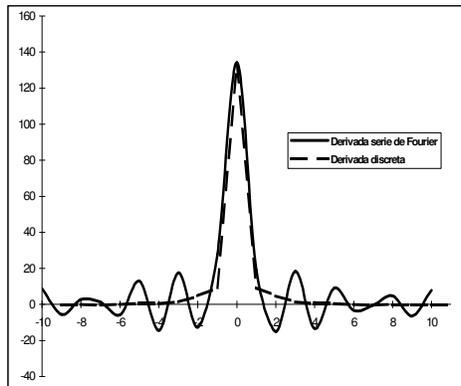
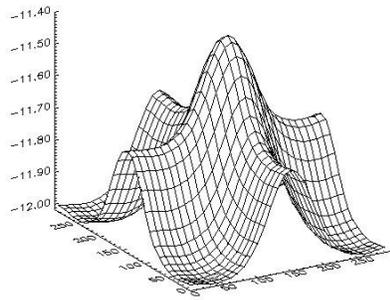


Figura 3.- Derivada de la serie de Fourier y derivada discreta del perfil radiométrico.

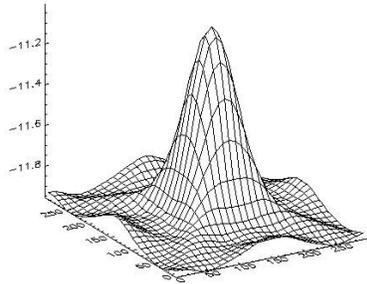
VERIFICACIÓN

Para comprobar si el resultado fue el correcto se sometió la PSF encontrada a un control consistente en deducir a partir de ella una función de deconvolución, por el procedimiento explicado en otra comunicación a este Congreso, cuya aplicación como filtro sobre la imagen degradada de la presa debería producir formas más nítidas. Además, la convolución de la función de deconvolución con la propia PSF debería restituir un impulso unitario. Las pruebas efectuadas dieron resultados satisfactorios, ya que mejoraban la imagen original y afilaban la PSF inicial, en la cual los valores promedio de ND de las

celdas cuyo índice de fila o columna dista a lo sumo dos unidades del centro suponen un 5,23% del ND central, mientras que tras aplicar el filtro de deconvolución este valor se reduce al 2,53 %. Sin embargo, visualmente los resultados tras restaurar la imagen de la presa no quedaban suficientemente definidos, lo cual se atribuyó a la forma *en cruz* que había adoptado la PSF tras ser generada como producto de dos LSF. Obsérvese que los valores próximos a los vértices de la matriz se reducen en una proporción cuadrática con respecto a los valores extremos de la LSF, en contra de lo que en principio cabría suponer para una función de degradación, cuyos elementos de peso deberían mostrar más isotropía (Kundur and Hatzinakos 1996). De hecho el espectro de frecuencias bidimensional de la PSF presenta unas ondulaciones que dificultan posteriormente la deconvolución (Figura 4). Por esta razón se decidió *redondear* la matriz anterior interpolando unos valores nuevos para los extremos, tras lo cual se obtuvo un espectro en el que destacaban mejor las frecuencias centrales. La matriz definitivamente adoptada como PSF fue:



(a)

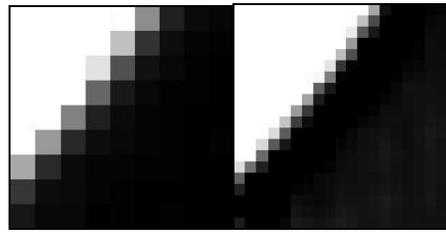


(b)

Figura 4.- Espectro de frecuencias bidimensional de la PSF original

```
.0017 .0018 .0020 .0022 .0024 .0022 .0020 .0018 .0017
.0018 .0050 .0057 .0064 .0071 .0064 .0057 .0050 .0018
.0020 .0057 .0167 .0201 .0236 .0201 .0167 .0057 .0020
.0022 .0064 .0201 .0317 .0448 .0317 .0201 .0064 .0022
.0024 .0071 .0236 .0448 .6513 .0448 .0236 .0071 .0024
.0022 .0064 .0201 .0317 .0448 .0317 .0201 .0064 .0022
.0020 .0057 .0167 .0201 .0236 .0201 .0167 .0057 .0020
.0018 .0050 .0057 .0064 .0071 .0064 .0057 .0050 .0018
.0017 .0018 .0020 .0022 .0024 .0022 .0020 .0018 .0017
```

En cualquier caso, la aplicación de filtros de deconvolución derivados de la PSF mejoraron sensiblemente el perfil de la presa (Figura 5), lo que indica la bondad del procedimiento de estimación de la PSF a partir de los perfiles radiométricos de este tipo de estructuras.



(a)

(b)

Figura 5.- (a) Zona ampliada de la presa en la imagen original. (b) Ampliación de iguales dimensiones de la imagen restaurada de remuestreada a 5 x 5 m² con un filtro derivado a partir de la PSF estimada.

BIBLIOGRAFÍA

- Foster, B.C. and Best, P. (1994). Estimation of SPOT P-mode point spread function and derivation of a deconvolution filter. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 49(6): 32-42.
- Kundur, D. and Hatzinakos D. (1996). Blind Image Deconvolution. *IEEE Signal Processing Magazine*. May 1996: 43-64.
- McGillem, C.D., Anuta P.E. Malaret, E. And Yu, K.B. (1983). Estimation of a remote sensing system point-spread function from measured imagery. *Proc. Sysm. Machine Processing of Remotely Sensed Data*. Purdue University. Laffayette. Pp. 62-68.

Pinilla R, C. (1997). Transformaciones de Fourier en Teledetección. Universidad de Jaén. Jaén.