

ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE IMÁGENES DE LA SUPERFICIE DEL MAR MEDIANTE PATRONES DE OSCILACIÓN PRINCIPALES

M. Y. Luna, M. L. Martín, M. García y F. Valero

esmayo@eucmax.sim.ucm.es

Dpto. Astrofísica y CC. Atmósfera. Facultad CC.
Físicas. UCM. 28040 Madrid

RESUMEN

El análisis de patrones de oscilación principales (*POP*) es aplicado a imágenes sintéticas. Los datos constan de 60 imágenes de 256x256 píxeles cada segundo. Las imágenes son generadas por un simulador que crea series temporales de altura de la superficie del mar. Las imágenes simuladas con características conocidas nos permiten comprobar la utilidad de este método de forma que su uso pueda extenderse al análisis y predicción de imágenes reales. Patrones espacio-temporales de series temporales multivariantes de campos geofísicos pueden obtenerse mediante el análisis *POP*. Aplicando este método en el período de calibración de los datos sintéticos se encuentran tres pares complejos de patrones junto con sus correspondientes características temporales. El análisis crospectral de estos pares mostraron máxima varianza en los períodos de los tres *POPs*. Para el período de verificación, se predijeron series temporales de imágenes. El análisis *POP* produce errores menores que los producidos por modelos tanto de persistencia como univariante autorregresivo. Los resultados confirman que el análisis *POP* resulta un método útil para el análisis y la predicción de series temporales de imágenes y, por tanto, sería aplicable a datos reales.

ABSTRACT

Principal Oscillation Pattern (*POP*) analysis is applied to synthetic remotely sensed images. The data consisted of 60 images, each 256x256 pixels, separated by 1 second in time. These images are produced by a simulator which creates time series of images showing sea surface elevation. Simulated images allow testing processing and analysis methods to develop confidence when extended to actual images. Time-dependent patterns from multivariate time series of a geophysical field can be obtained by means of the *POP* analysis. Applying

this methodology to the training period of the synthetic data, three significant complex pairs of patterns are found with their corresponding characteristic times. The cross-spectral analysis of the pairs showed variance maxima in agreement with the period times for the three *POP* pairs. Time series of images are forecast for the verification period. The analysis *POP* yields smaller errors for the simulated data than persistence and autoregressive univariate models do. The results confirm that the principal oscillation pattern analysis is an useful tool for analyzing and forecasting time series of images and so this method should perform reliably for real data.

Palabras clave: análisis de imágenes, patrones de oscilación principales, oceanografía, predicción.

INTRODUCCIÓN

El análisis de patrones de oscilación principales se ha aplicado recientemente para analizar series temporales multivariantes y predecir diversos campos climatológicos (von Storch et al., 1990; Xu, 1993). Este método extrae la información concerniente al comportamiento oscilatorio de las ondas más importantes de un conjunto de datos identificando las características espaciales y temporales del sistema completo a partir de los modos normales más significativos de dicho sistema. Los patrones de oscilación principales representan "auto-oscilaciones" de un sistema dinámico lineal y los autovalores asociados conllevan dos características temporales: un período de oscilación y un tiempo de amortiguación.

En este trabajo, la modelización mediante patrones de oscilación principales es aplicada para el análisis y la predicción de una serie temporal de imágenes sintéticas de la superficie del mar en un área próxima a la costa. Las imágenes simuladas y, por ende, con características conocidas *a priori*, nos permiten comprobar la utilidad de este método de forma que su uso pueda extenderse al análisis y predicción de imágenes reales.

DATOS

El simulador utilizado para construir las imágenes sintéticas está basado en la condición de aleatoriedad del océano. El campo de olas en aguas profundas es una superposición de componentes de pequeña amplitud con fases aleatorias, con un rango de frecuencias entre 0.02 y 0.50 Hz y un rango de direcciones entre 0 y 180° (siendo 90° perpendicular

a la costa). Los resultados del simulador han sido comparados cualitativa y cuantitativamente con datos observados y datos obtenidos de otros modelos (Weiss, 1997). Más detalles del simulador pueden encontrarse en Lea et al. (1998).

Los datos consisten en 60 imágenes de 256x256 pixeles con una escala de grises que representa la altitud de la superficie del mar en cada pixel. El intervalo temporal entre imágenes es de 1s lo que permite seguir perfectamente el movimiento de una determinada ola. La frecuencia fundamental de las ondas sintéticamente obtenidas es 0.14 Hz, valor razonable para olas oceánicas con velocidad del viento de 9.8 ms⁻¹ y longitud de onda de 79.5 m en aguas profundas. Las imágenes tienen una resolución de 3.048 m/pixel. Las olas se mueven directamente hacia la costa (línea horizontal superior de las imágenes) sobre fondo conocido con una pendiente de 0.0198 m/pixel. Para representar las imágenes, el sistema de coordenadas elegido toma el eje x a lo largo de la costa, el eje y en dirección perpendicular a la misma y el eje z vertical hacia arriba. En la parte superior de cada imagen, es decir, cerca de la costa, la profundidad es 0.1 m mientras que en la parte inferior, la profundidad es de 5.2 m.

METODOLOGÍA

El análisis de Patrones de Oscilación Principales (POP) es una técnica multivariante que infiere empíricamente las características de las variaciones espacio-temporales de un sistema complejo identificando sus modos normales. Los datos están sujetos previamente a un Análisis de Componentes Principales (ACP) para reducir el número de grados de libertad espacial de forma que el ruido o la información redundante se excluye de las series temporales. Las N componentes principales significativas, $X(t)$, se supone que evolucionan como un proceso de Markov lineal de primer orden en el espacio N -dimensional

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \zeta(t) \quad (1)$$

donde $\mathbf{A}$ es la matriz del sistema y $\zeta(t)$ representa procesos de menor escala y efectos no lineales y se asume como forzamiento de ruido blanco Gaussiano. Los modos normales del sistema son los autovectores $\mathbf{P}$ de la matriz $\mathbf{A}$. Normalmente, $\mathbf{A}$ es una matriz no simétrica y sus autovalores, λ , y autovectores, $\mathbf{P}$, pueden aparecer como pares complejos conjugados. En el caso en que $\zeta(t) = 0$, el

vector de estado $\mathbf{X}$ puede expresarse en función de los modos normales del proceso como

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{j=1}^N z_j(t) \mathbf{P}_j \quad (2)$$

donde $z_j(t)$ son las series temporales de coeficientes del modo $\mathbf{P}_j$ y dependen de todos los modos ya que los modos $\mathbf{P}_j$ no cumplen la condición de ortogonalidad. Estas expresiones se basan en el hecho de que la matriz $\mathbf{A}$ del sistema es conocida. Si la dinámica del sistema es conocida, dicha matriz puede ser analíticamente obtenida pero, en general, la dinámica del sistema se desconoce o es demasiado compleja por lo que la matriz se estima considerando que un conjunto finito de observaciones describe el sistema. Así, la matriz $\mathbf{A}$ se obtiene a partir de las matrices de covarianza de los datos observados en el lag-0 y en el lag-1.

Los autovectores o modos normales de la Ec(1) se denominan patrones de oscilación principales (POPs) y los coeficientes temporales $z_j(t)$, coeficientes POP cuya evolución temporal está dada por

$$z_j(t+1) = \lambda_j z_j(t) + \text{ruido} \quad (3)$$

Esta expresión indica que las series temporales z_j tienen una oscilación armónica (amortiguado, $|\lambda| < 1$, o creciente, $|\lambda| > 1$) con un período de oscilación,

$\tau_j = 2\pi / \omega_j$, y un tiempo de amortiguación,

$e_f = -1 / \ln |\lambda_j|$, para el autovalor

$\lambda_j = |\lambda_j| \exp(i\omega_j)$. Nótese que $|\lambda|$ debe ser menor

que la unidad por la condición estacionaria de $\mathbf{X}$. En ausencia de ruido y para un modo normal dado, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + i\mathbf{P}^2$, con período τ , la Ec(3) describe la evolución dinámica del sistema como una secuencia cíclica de los patrones real e imaginario

$$\dots \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \mathbf{P}^1 \rightarrow -\mathbf{P}^2 \rightarrow -\mathbf{P}^1 \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \dots \quad (4)$$

con un valor de $\pi/4$ en la transición de dos patrones consecutivos. La secuencia será completada teóricamente en un período de tiempo τ , en la práctica, algunos ciclos se completan en tiempos mayores o menores que τ . La misma situación ocurre para el tiempo de amortiguación; una amplitud compleja de valor unidad será amortiguada $1/e$ en un tiempo e_f pero habrá episodios en los que

la perturbación sea notablemente más rápida o más lenta.

Los coeficientes $z_j(t)$ pueden obtenerse de la Ec(3) como los productos internos de los vectores $X(t)$ y los patrones adjuntos de los *POPs*, P_A^1 y P_A^2

$$\begin{aligned} z_j^1(t) &= X(t)P_A^1 \\ z_j^2(t) &= X(t)P_A^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Para un *POP* real, λ y $z(t)$ son reales y la señal es una exponencial amortiguada de la señal inicial. Para un *POP* complejo, λ y $z(t)$ son complejos y la Ec(3) describe una oscilación amortiguada. Los *POPs* reales se denominan patrones estacionarios y los *POPs* complejos, patrones oscilatorios que representan una migración espacial de una característica particular estando sus partes real e imaginaria en cuadratura. La evolución temporal de un *POP* complejo podría expresarse como

$$(z_1(t+t_0) + iz_2(t+t_0)) = e^{-t/\tau_f} e^{-2\pi i t / \tau} (z_1^1(t) + iz_2^2(t)) \quad (6)$$

siendo t_0 el tiempo inicial con lo que el patrón de un *POP* determinado en un tiempo posterior $(t+t_0)$ sería

$$X(t+t_0) = z^1(t+t_0).P^1(t_0) + z^2(t+t_0).P^2(t_0) \quad (7)$$

Aunque el procedimiento ha sido presentado en el espacio de las componentes principales, el modelo dinámico lineal permite un formalismo equivalente en el espacio físico.

RESULTADOS

Para el análisis y predicción de imágenes, la serie temporal de imágenes sintéticas se subdividió en dos grupos denominados período de calibración (las 50 primeras imágenes) y período de verificación (las 10 últimas imágenes). Con el período de calibración se construyó el modelo *POP* y con el de verificación se analiza la bondad de las predicciones.

El *ACP* aplicado a las imágenes sintéticas del período de calibración dio como resultado 6 componentes principales significativas que dan cuenta del 85% de la varianza total de los datos originales estandarizados. El análisis *POP* fue aplicado a estas componentes principales dando como resultados tres pares complejos de *POP*

indicando, por tanto, tres modos oscilatorios (Tabla 1). Los tres *POPs* presentan tiempos de amortiguación mayores que los períodos de oscilación (seis veces el valor de los períodos, aproximadamente), es decir, los patrones realizarían seis oscilaciones completa del tipo (4) antes de amortiguarse completamente. El tiempo de amortiguación es una medida de la vida de la señal antes de que procesos no lineales aparezcan. Entonces, e_f podría ser considerado como un ratio de amplificación de forma que un *POP* con mayor e_f debería ser más significativo que cualquier otro *POP* que posea un valor inferior de e_f . En nuestro caso, todos los valores de e_f son similares por lo que los *POPs* se ordenan en función de la varianza explicada.

<i>POPs</i>	e_f	τ	Varianza
1	52.7	6.9	26
2	42.8	7.4	37
3	57.9	8.0	15

Tabla 1: Pares de *POP* con sus correspondiente e_f (s), períodos (s) y varianzas asociadas (%).

La Figura 1 muestra una pequeña sección del segundo autovector. Puede observarse claramente el ciclo (4) del modelo *POP*: la parte imaginaria P^2 es reemplazada de forma gradual por la parte real P^1 en un cuarto de período, es decir, 2s aproximadamente. Cuando se completa el segundo cuarto de período, el patrón negativo P^2 domina; tres cuartos de período después, el patrón $-P^2$ es reemplazado por el patrón $-P^1$. Después de un período completo (7.4s) el patrón P^2 reaparece. La evolución completa muestra una migración suave de las olas hacia la costa.

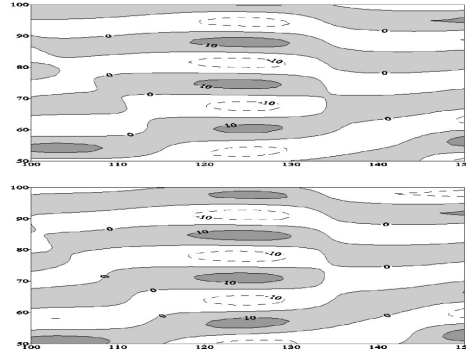


Figura 1: Sección del segundo par *POP*: parte real (arriba) y parte imaginaria mostrando el ciclo (4).

Las series temporales de los coeficientes *POP*, $z_1(t)$ y $z_2(t)$ presentan la parte imaginaria adelantada 2s a la parte real, es decir, un cuarto de período en los tres modos (no mostradas). Del análisis crospectral de las partes real e imaginaria de los tres pares de *POP* (no mostrado) se observa que cada máximo de varianza corresponde exactamente a cada período τ . Las coherencias espectrales son muy altas en dichos períodos con fases de -90° . Por tanto, ambas partes están muy bien correlacionadas en el rango de frecuencias de 0.09-0.15Hz lo que coincide con las frecuencias de ondas de los datos originales.

Una vez construido el modelo *POP* con los tres pares complejos significativos se predicen las imágenes en el período de verificación. Para el estudio de la bondad de las predicciones de imágenes por el modelo *POP* se construyó un modelo de persistencia y un modelo univariante autorregresivo en el período de calibración

Modelo de persistencia: $H(t+t_0) = 0.33H(t_0) + 39.31$
 Modelo AR(2): $H(t+t_0) = 1.31H(t_0-1) - 1.00H(t_0-2)$

La Figura 2 muestra los errores relativos cuadráticos medios de la predicción por el modelo *POP* así como los obtenidos por los modelos de persistencia y univariante. Nótese que las curvas de errores llevan incluidos los errores en la predicción causados por la restricción de varianza utilizada para construir el modelo *POP*. Se observa claramente que los errores del modelo *POP* son inferiores a los de los otros modelos en todo el período de verificación.

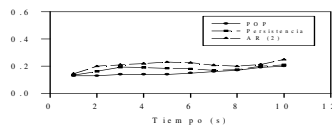


Figura 2: Errores relativos cuadráticos medios de los modelos *POP*, persistencia y AR(2).

La Figura 3a presenta las predicciones en un punto determinado del campo y la Figura 3b la predicción del campo medio. En ambos casos se observa mucho mayor acuerdo entre predicción y verificación (presentando el campo predicho evolución similar al observado) que el existente para los modelos de persistencia y univariante.

Se realizó también un análisis de correlación entre predicción y verificación para los métodos utilizados (no mostrado). Se aprecia una

correlación superior y más homogénea del modelo *POP* que la asociada a los modelos de persistencia y AR(2) ya que éstos últimos no “capturan” la evolución del campo observado. Los resultados obtenidos nos permiten concluir que la modelización mediante patrones de oscilación principales resulta un método útil y adecuado para el análisis y la predicción de imágenes por lo que podría considerarse eficaz su extensión a imágenes reales de satélite.

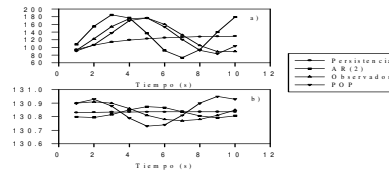


Figura 3: Predicciones de los modelos de persistencia, AR(2) y *POP* frente a los datos observados para: a) un punto determinado del campo y b) medias

BIBLIOGRAFÍA

- Lea, S. M., M. Lybanon and P. M. Smith (1998): Shoaling waves simulator. *Proc. ACM Symposium on Applied Computing*, 666-671.
- von Storch, H., U. Weese and J. Xu (1990): Simultaneous analysis of space-time variability: Principal Oscillation Patterns and Principal Interaction Patterns with applications to the Southern Oscillation. *Z. Meteor.*, **40**, 99-103.
- Weiss, J. M. (1997): Three-dimensional linear solution for wave propagation with sloping bottom. *IEEE J. Oceanic. Engineering* **22** (2), 203-210.
- Xu, J. (1993): The joint modes of the coupled atmosphere-ocean system observed from 1967 to 1986. *J. Climate*, **6**, 816-838.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dra. S. M. Lea de la Universidad de Carolina del Norte en Greensboro por la generación y aportación de los datos utilizados en este trabajo. M.L. Martín agradece a la Comunidad Autónoma de Madrid por la concesión de una Beca Postdoctoral.