

Bondad de los algoritmos de descomposición Wavelet de Mallat y 'à trous' para la fusión de imágenes QuickBird

M. González-Audícana*, X. Otazu**, O. Fors***, A. Seco* y R. García*
maria.audicana@navarra.es

* Dpto. Ingeniería Rural. Universidad Pública de Navarra, Campus Arrosadía s/n. 31006 Pamplona

** Centre de Visió per Computador, Campus UAB. Cerdanyola del Vallés, Barcelona.

*** Dpto. Meteorología y Astronomía. Universidad de Barcelona. C/ Mari i Franqués 1, 08028 Barcelona

RESUMEN

Probablemente, los algoritmos de Mallat y el 'à trous' sean los algoritmos de transformación wavelet discreta más empleados en el ámbito de la fusión de imágenes. Cada uno, con distintas propiedades matemáticas, conduce a distintas descomposiciones y por lo tanto, a distintas imágenes fusionadas. En este trabajo se comparan ambos algoritmos, analizando la calidad espectral y espacial de imágenes QuickBird fusionadas obtenidas aplicando cada uno de ellos. A pesar de que desde el punto de vista teórico el algoritmo 'à trous' es menos adecuado que el de Mallat para extraer detalle espacial en el ámbito del análisis multirresolución, éste ha permitido obtener imágenes con una calidad global sensiblemente mayor que el de Mallat.

PALABRAS CLAVE: Transformación wavelet, fusión, Mallat, 'à trous', QuickBird.

ABSTRACT

The discrete approach of the wavelet transform can be performed with different algorithms, being the Mallat's and the 'à trous' the most popular ones for image fusion purpose. Each algorithm has its particular mathematical properties and leads to different image decomposition. In this work, both algorithms are compared by the analysis of the spectral and spatial quality of the merged images, which were obtained by applying each one of them. These algorithms have been used to merge QuickBird multispectral and panchromatic spatially degraded images. In spite of its a priori lower theoretical mathematical suitability to extract detail in a multiresolution scheme, the 'à trous' algorithm has worked out slightly better than the Mallat's algorithm for image merging purposes.

INTRODUCCIÓN

Disponer de imágenes de alta resolución espectral y espacial es importante cuando se abordan estudios en zonas urbanas, forestales heterogéneas o agrícolas muy parceladas. Una alta resolución espectral facilita la diferenciación de cubiertas mientras que una alta resolución espacial permite delimitar de forma más precisa la superficie ocupada por cada una de ellas.

Debido a condicionantes propios del diseño de los sensores electro-ópticos, existe una relación inversa entre la resolución espacial y espectral de éstos. En general, los sensores con alta resolución espectral no ofrecen una resolución espacial óptima y viceversa.

La fusión de imágenes multispectrales y pancromáticas es una técnica de procesamiento (Yocky

1995) que permite obtener imágenes de alta resolución espectral y espacial.

Los métodos de fusión más empleados son los basados en las transformaciones Intensidad-Tono-Saturación (IHS) y el Análisis de Componentes Principales (ACP). El mayor inconveniente de estos métodos es que modifican la información espectral de la imagen multispectral de partida, lo que puede suponer un problema si las imágenes fusionadas resultantes se van a emplear para la obtención de información temática vía clasificación espectral.

El análisis multirresolución (AMR) se ha convertido en una herramienta de gran aplicación en el desarrollo de nuevos métodos de fusión. Recientemente, distintos investigadores (Yocky 1995, Gauguet-Duport *et alli.* 1996, Zhou *et alli.* 1998, Nuñez *et alli.* 1999, Ranchin y Wald 2000) han propuesto

nuevos métodos de fusión empleando el AMR basado en las transformaciones wavelet discretas (TWD), que permiten minimizar el problema anteriormente citado.

Probablemente, los algoritmos de Mallat y el 'à trous' sean los algoritmos de transformación wavelet discreta más empleados en el ámbito de la fusión de imágenes. Cada uno, con diferentes propiedades matemáticas, conduce a distintas descomposiciones y por lo tanto, a distintas imágenes fusionadas. En este trabajo se comparan ambos algoritmos, analizando la calidad espectral y espacial de las imágenes fusionadas obtenidas aplicando cada uno de ellos.

EL ANÁLISIS MULTIRRESOLUCIÓN Y LAS TRANSFORMACIONES WAVELET

El análisis multirresolución, basado en la teoría wavelet, permite descomponer datos bidimensionales en componentes de distinta frecuencia y estudiar cada componente a una resolución acorde con su tamaño. A diferente resolución, el detalle de una imagen (componentes de alta frecuencia) caracteriza distintas estructuras físicas de la escena (Mallat 1989). A resoluciones groseras, este detalle corresponde a las estructuras o elementos de mayor tamaño mientras que a resoluciones finas este detalle corresponde a las estructuras de menor tamaño.

Las transformaciones wavelet permiten, en el ámbito del análisis multirresolución, extraer el detalle espacial que se pierde al pasar de una resolución espacial a otra menor.

La aproximación discreta de la transformada wavelet puede realizarse a partir de distintos algoritmos. Dos de los más empleados en la fusión de imágenes son los algoritmos de Mallat y 'à trous'

Algoritmo de Mallat

Para comprender el concepto de análisis multirresolución basado en el algoritmo de Mallat (1989) es muy útil hacer referencia a una pirámide en la que la base la constituye la imagen original de C columnas y F filas. Cada nivel de la pirámide, al que se accede únicamente desde el nivel inmediatamente inferior, es una aproximación de la imagen original. Conforme se asciende de nivel en la pirámide, las sucesivas aproximaciones a la imagen original tie-

nen cada vez menor resolución espacial. Como el factor de degradación que se emplea para pasar de un nivel al siguiente es diádico, se cumple que en el nivel N , la imagen aproximación tiene $C/2^N$ columnas y $F/2^N$ filas. Cada una de estas imágenes aproximación se obtiene utilizando funciones de escala asociadas a la Wavelet Madre $\psi(x)$.

La diferencia de información entre dos niveles sucesivos de la pirámide, por ejemplo, entre la imagen original A_{2^j} de resolución 2^j y la imagen aproximación $A_{2^{j-1}}$ de resolución 2^{j-1} , la dan las transformaciones wavelet. Los coeficientes wavelet $DH_{2^{j-1}}$, $DV_{2^{j-1}}$ y $DD_{2^{j-1}}$ recogen el detalle horizontal, vertical y diagonal que se pierde en la imagen al pasar de una resolución 2^j a 2^{j-1} .

Si se invierte el proceso, la imagen original A_{2^j} podrá reconstruirse exactamente a partir de una imagen aproximación $A_{2^{j-1}}$ y las imágenes de coeficientes wavelet $DH_{2^{j-1}}$, $DV_{2^{j-1}}$ y $DD_{2^{j-1}}$.

La implementación práctica del algoritmo de Mallat se realiza empleando filtros unidimensionales asociados a las funciones wavelet y de escala. El filtro h , asociado a la función de escala, es un filtro de paso bajo que permite analizar los componentes de baja frecuencia mientras que el filtro g , asociado a la función wavelet, es un filtro de paso alto que permite analizar los componentes de alta frecuencia, es decir, detalle de la imagen. El número de parámetros de cada filtro así como el valor de los mismos depende de la función Wavelet Madre empleada en el análisis. En este trabajo, la función empleada ha sido la *db4* de Daubechiers que da lugar a filtros unidimensionales de 4 coeficientes (Daubechiers 1988).

Algoritmo 'à trous'

Otra de las aproximaciones discretas de la transformación wavelet es el denominado algoritmo 'à trous' (con agujeros) (Starck y Murtagh 1994).

En este caso, el esquema de descomposición de imágenes no se representa con una pirámide sino con un paralelepípedo. La base de éste es también la imagen original A_{2^j} de resolución 2^j de C columnas y F filas. Cada nivel del paralelepípedo es una imagen aproximación de la imagen original, como en el algoritmo de Mallat. Conforme se asciende de nivel, las sucesivas aproximaciones presentan menor resolución, siendo ésta de 2^N en el nivel N del paralelepípedo ya que también en este caso el factor de degradación es diádico.

Cada una de las imágenes aproximación se obtiene aplicando una función de escala, igual que en el algoritmo de Mallat. El detalle espacial que se pierde al pasar de la imagen A_{2^j} a $A_{2^{j-1}}$ se recoge en una única imagen de coeficientes wavelet, $w_{2^{j-1}}$, frecuentemente denominada plano wavelet y que se obtiene restando las imágenes original y aproximación. Cuando se aplica la transformación inversa, la imagen aproximación A_{2^j} puede reconstruirse sumando a la imagen aproximación $A_{2^{j-1}}$ el plano wavelet $w_{2^{j-1}}$.

A diferencia del algoritmo de Mallat, el algoritmo 'à trous' es invariante a la traslación por lo que todas las imágenes aproximación y todos los planos wavelet resultantes de la descomposición tienen el mismo tamaño que la imagen original.

La implementación práctica del algoritmo 'à trous' se realiza empleando un filtro bi-dimensional de paso bajo asociado a la función de escala, en este caso, una spline bi-cúbica.

El algoritmo 'à trous', a diferencia del de Mallat es no-ortogonal, lo implica que un determinado plano wavelet $w_{2^{j-1}}$ para una escala 2^{j-1} , puede retener información de la escala vecina 2^j .

MÉTODO DE FUSIÓN EMPLEADO

La idea central de todos los métodos de fusión basados en el AMR y las TWD es extraer de la imagen pancromática el detalle espacial que le falta a la multiespectral para posteriormente incorporársela a ésta. La información de detalle de la imagen pancromática que corresponde a estructuras o elementos con un tamaño comprendido entre la resolución espacial de la imagen pancromática y la de la multiespectral, puede extraerse empleando el algoritmo de Mallat o el 'à trous'. Esta información es recogida en las imágenes de coeficientes wavelet o planos wavelet y puede ser inyectada directamente en la imagen multiespectral sin que ello modifique su flujo total ya que estas imágenes de coeficientes wavelet tienen media cero.

En función del procedimiento empleado para insertar la información espacial de la imagen pancromática en la multiespectral, es posible distinguir al menos tres grupos de métodos de fusión basados en las TWD (González-Audícana *et alli.* 2003):

- Métodos Wavelet Aditivo o Sustitutivo (WA)
- Métodos Wavelet Aditivo o Sustitutivo sobre la componente Intensidad (WAI)
- Métodos Wavelet Aditivo o Sustitutivo sobre la Primera Componente Principal (WAPC)

En este trabajo se utilizará el más sencillo, el Wavelet Aditivo, de modo que el detalle espacial de la imagen pancromática, extraída empleando el algoritmo 'à trous' o el de Mallat, se insertará directamente en cada una de las bandas de la imagen multiespectral.

IMÁGENES FUSIONADAS

Las imágenes seleccionadas para realizar este análisis comparativo son imágenes QuickBird, captadas en Octubre de 2002 y que corresponden a una zona mixta, parte agrícola y parte urbana.

Para poder estimar la calidad espectral y espacial de las imágenes fusionadas obtenidas aplicando los distintos algoritmos, éstas deberían poder compararse con la imagen que teóricamente adquiriría el sensor multiespectral si lo hiciese con la resolución del pancromático. Como esto es inviable, se decide trabajar con imágenes de resolución espacial degradada. Las imágenes QuickBird multiespectral y pancromática se degradan a 11.2 m y 2.8 m respectivamente. La fiabilidad de cada algoritmo de fusión podrá evaluarse comparando las imágenes fusionadas resultantes con la multiespectral original, de 2.8 m de resolución espacial.

RESULTADOS

Calidad espectral

Las imágenes QuickBird fusionadas obtenidas aplicando el método Wavelet Aditivo basado en el algoritmo de Mallat o 'à trous' tienen una resolución espacial de 2.8 m por lo que su calidad espectral podrá evaluarse comparando su información espectral con la correspondiente a la imagen QuickBird multiespectral original.

Esta comparación se ha llevado a cabo tanto visual como numéricamente. Los parámetros empleados para estimar la calidad espectral de las imágenes fusionadas han sido:

- El coeficiente de correlación entre bandas de la imagen original y fusionada. A mayor coeficiente de correlación, mayor calidad espectral presenta la imagen fusionada.
- El índice ERGAS (*Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse*), propuesto por Wald (2000) y que se define como

$$ERGAS = 100 \frac{h}{l} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(\frac{RMSE^2(B_i)}{M_i^2} \right)},$$

donde h es la resolución espacial de la imagen pancromática, l la de la multiespectral, M_i la radiancia media de cada una de las N bandas espectrales (B_i) que intervienen en la fusión y

$$RMSE^2 = (M_i^{orig} - M_i^{fus})^2 + (\sigma_i^{orig-fus})^2,$$

donde $(\sigma_i^{orig-fus})$ es la desviación estándar de la imagen diferencia (original menos fusionada). Cuanto menor sea el valor de ERGAS, mayor la calidad espectral global de la imagen fusionada.

En la tabla 1 se muestran los resultados obtenidos al comparar las imágenes QuickBird fusionadas con la imagen QuickBird multiespectral original.

En la primera columna se muestran los valores obtenidos al comparar la imagen multiespectral de partida (degradada) con la multiespectral original. Esta primera columna refleja la situación antes de la fusión mientras que la última refleja la situación ideal a la que se debería llegar tras la fusión.

	Degradada	AW Mallat	AW 'à trous'	Ideal
coeficiente	0.9489	0.9492	0.9422	1
correlación	0.9433	0.9554	0.9455	1
espectral	0.9409	0.9573	0.9450	1
	0.8960	0.9410	0.9280	1
ERGAS	2.942	2.769	2.890	0

Tabla 1. Calidad espectral de las imágenes fusionadas.

Coefficientes de correlación menores o índices ERGAS mayores que los mostrados en la primera columna indican que el proceso de fusión tiende a modificar la información espectral de la imagen multiespectral de partida. Tanto los coeficientes de correlación como los valores del índice ERGAS son mejores en las imágenes fusionadas que en la multiespectral de partida lo que indica que ambos algoritmos han permitido obtener imágenes fusionadas de alta calidad espectral, similares a las que idealmente captaría el sensor multiespectral si éste trabajase a la resolución espacial del pancromático.

Tal y como se ha mencionado previamente, el algoritmo 'à trous' es no-ortogonal lo que implica que un determinado plano wavelet de la imagen pancromática podría retener información de los planos vecinos. Esta no-ortogonalidad podría afectar negativamente a la calidad espectral de las imágenes fusionadas empleando este algoritmo. Sin embargo, la imagen obtenida aplicando este algoritmo presenta una mayor calidad espectral que la obtenida aplicando el algoritmo de Mallat (resultados similares se han obtenido fusionando imágenes Ikonos por métodos WA, WAI y WAPC, ver González-Audícana *et alli*, 2003).

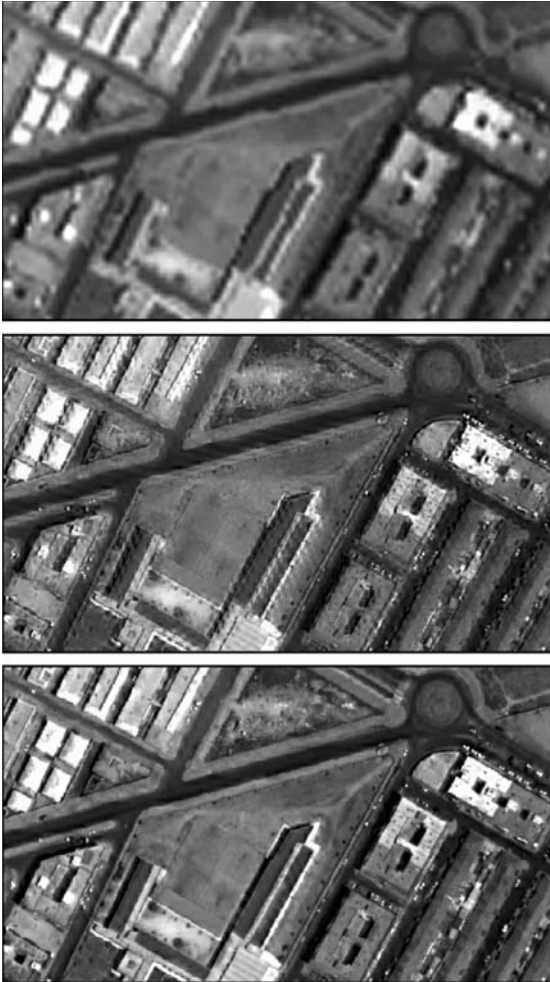
Calidad espacial

Una imagen fusionada de alta calidad espacial es aquella en la que se ha incorporado la información de detalle espacial de la imagen pancromática que no estaba presente en la multiespectral de partida.

La calidad espacial de una imagen fusionada se determina comparando ésta con la pancromática de partida. Esta comparación se realiza tanto visual como cuantitativamente. En este caso, para estimar la calidad espacial de las imágenes fusionadas se ha seguido el procedimiento propuesto por Zhou *et alli* (1998). Tanto las imágenes fusionadas como la pancromática de partida se filtran utilizando un filtro de paso alto, en este caso el filtro Laplaciano:

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

Un alto coeficiente de correlación entre las imágenes filtradas indica que la imagen fusionada recoge gran parte de la información de detalle espacial presente en la imagen pancromática. Los resultados obtenidos son muy similares para ambas imágenes fusionadas desde el punto de vista numérico. Sin embargo, visualmente la calidad espacial de la imagen fusionada obtenida aplicando el algoritmo de Mallat es sensiblemente menor que la de la obtenida aplicando el algoritmo 'à trous', tal y como puede apreciarse en la figura 1 (fusión de imágenes de resolución real, sin degradar), sobre todo en aquellos elementos que no siguen una dirección horizontal y vertical.



*Figura 1. Calidad espacial de las imágenes fusionadas (sin degradar) a.- Imagen QuickBird original, 2,8 m; b.- Imagen fusionada WA Mallat, 0,7 m; c.- Imagen fusionada AW 'à trous', 0,7 m.

La transformada wavelet de Mallat aplica filtros unidimensionales a las filas y las columnas, lo que provoca que el resultado de la transformación esté fuertemente orientado en las direcciones horizontal y vertical. Sin embargo, la implementación práctica del algoritmo 'à trous' se realiza aplicando un filtro bidimensional, invariante a la rotación, que permite mantener en la imagen fusionada la continuidad de trazo del detalle de la imagen pancromática correspondiente a cualquier elemento de la imagen, independientemente de su orientación.

CONCLUSIONES

La calidad espectral de las imágenes fusionadas obtenidas empleando el algoritmo 'à trous', no ortogonal, es tan alta como la de las obtenidas empleando el algoritmo de Mallat, ortogonal.

Desde el punto de vista espacial, y debido a la fuerte orientación del algoritmo de Mallat en las direcciones horizontal y vertical, las imágenes fusionadas empleando este algoritmo presentan, visualmente, menor calidad espacial que las obtenidas aplicando el algoritmo 'à trous'.

BIBLIOGRAFÍA

- DAUBECHIES, I. 1988. Orthonormal basis of compactly supported wavelets. *Communications on Pure Applied Mathematics*, n.º 41: pp. 909-996.
- GARGUET-DUPORT, B., GIREL, J., CHASSENY, J.M y PAUTOU, G. 1996. The use of Multiresolution analysis and wavelets transform for merging SPOT images. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, n.º 62(9):1057-1066.
- GONZÁLEZ-AUDÍCANA, M., OTAZU, X., FORS, O., y SECO, A. 2003. Comparison between the Mallat's and the 'à trous' discrete wavelet transform based algorithms for the fusion of multispectral and panchromatic images. *International Journal of Remote Sensing*, en proceso de revisión.
- MALLAT, S. G. 1989. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, n.º 11: 674-693.
- NÚÑEZ, J., OTAZU, X., FORS, O., PRADES, A., PALÁ, V. y ARBIOL, R., 1999, Multiresolution-Based image fusion with additive wavelet decomposition. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, n.º 37(3): 1204-1211.
- RANCHIN, T., y WALD, L., 2000, Fusion of high spatial and spectral resolution images: The ARSIS concept and its implementation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, n.º 66(1): 49-61.
- STARCK, J. L. and MURTAGH, R. 1994. Image restoration with noise suppression using wavelet transform. *Astronomy and Astrophysics*, n.º 288: 342-348.

Todas las figuras precedidas de asterisco se incluyen en el cuadernillo anexo de color

- WALD, L., 2000, Quality of high resolution synthesized images: is there a simple criterion?. *International Conference on Fusion of Earth Data*, France, 2000, pp. 99-105.
- YOCKY, D.A. 1995. Image merging and data fusion by means of the discrete two-dimensional wavelet transform. *Journal of the Optical Society of America*, n.º 12(9): 1834-1841.
- ZHOU, J., CIVCO, D.L. y SILANDER, J.A. 1998. A wavelet transform method to merge Landsat TM and SPOT panchromatic data. *International Journal of Remote Sensing*, n.º 19(4): 743-757.