

## ELABORACIÓN DE UN FILTRO DE IMAGEN DE PASO ALTO BASADO EN KRIGEAJE ORDINARIO

M. CHICA-OLMO y F. ABARCA

mchica@goliat.ugr.es

Universidad de Granada, Dpto. Geodinámica IIACT  
Laboratorio RSGIS "Teledetección, SIG y Geoestadística"  
Avda. Fuentenueva s/n, 18071 Granada

**RESUMEN:** En Teledetección Espacial las técnicas de filtrado de imagen constituyen un aspecto de uso frecuente en la etapa de procesamiento digital de la información radiométrica, para extraer las componentes de baja y alta frecuencias. El método geoestadístico de Krigeaje Ordinario (KO) modificado en su condición de universalidad permite el desarrollo de un filtro de paso alto de fácil aplicación. Los pesos que intervienen en el kernel se deducen de la estructura de variabilidad espacial de los datos radiométricos de la imagen, a diferencia de otros métodos clásicos. Además, con sólo una simple modificación de la expresión matricial del método, es posible obtener ambos filtros de paso bajo y paso alto, simultáneamente.

**ABSTRACT:** The use of filtering image techniques is an important step in digital treatment of remote sensed images to extract low and high frequencies. The geostatistical method of Ordinary Kriging (OK) has been modified in its condition of universality to obtain a high-pass filter. The main theoretical aspect of the proposed method is related to the weights used in the kernel that are deduced from the spatial variability structure of the original radiometric data, represented by the variogram. Another additional advantage of the method is both low-pass and high-pass filters can be derived simultaneously.

**Palabras clave:** Filtro de paso alto, Krigeaje Ordinario, variograma

### INTRODUCCIÓN

Los métodos geoestadísticos están siendo aplicados cada vez con más frecuencia en el campo del tratamiento digital de imágenes de satélite, p.e. análisis textural, clasificación, filtros, etc. (Atkinson y Curran, 1995; Chica-Olmo y Abarca, 1999, etc.). Todas estas aplicaciones hacen uso de la Teoría de Variables Regionalizadas propuesta por Matheron (1970), base conceptual de la Geoestadística. En ellas, el número digital o valor radiométrico (variable regionalizada) registrado por el sensor  $nd(x)$  es interpretado como la realización particular de una función aleatoria,  $ND(x)$ . Esta función está espacialmente caracterizada por dos aspectos aparentemente contradictorios, pero, en realidad, complementarios. El primero, alude al aspecto aleatorio, que lleva a la noción de variable aleatoria, y que queda patente por las variaciones locales más o menos intensas de la radiometría, explicables por las características intrínsecas de heterogeneidad de la cubierta. El segundo, hace referencia al aspecto estructural, ligado a las características de variabilidad espacial de la radiometría, por tan-

to de los propios elementos pertenecientes a la cubierta, cuantificable por la función variograma.

Por tanto, el variograma es la herramienta de aplicación de los métodos geoestadísticos en el tratamiento digital de las imágenes de satélite (Woodcock *et alii*, 1988). En el estudio que se presenta se utiliza el variograma conjuntamente con el método de estimación de Krigeaje Ordinario para la obtención de un filtro de imagen de paso alto. El método puede ser considerado como una variante del propuesto por Chica-Olmo (1993), para la obtención de un filtro de paso bajo, y cuyos aspectos metodológicos se indican en los siguientes apartados.

### METODOLOGÍA

Sea  $ND(x)$  (número digital) una FA estacionaria de segundo orden, de esperanza constante  $E[ND(x)] = m$  y covarianza centrada  $C(h)$ , por tanto con variograma  $\gamma(h)$ . Se desea estimar el valor de la función  $ND$  en un píxel  $x$  de la imagen, anotado  $ND_{KO}(x)$ , a partir de la información experimental vecina  $\{ND(x_i), i=1 \dots n\}$ . El

estimador  $ND_{KO}(x)$  se construye por combinación lineal de los valores experimentales  $ND(x_i)$ :

$$ND_{KO}(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i ND(x_i)$$

donde los  $\lambda_i$  son los pesos de Krigeaje Ordinario que se obtienen imponiendo las condiciones de no sesgo y error mínimo al estimador. La primera condición se expresa de la forma  $E\{ND(x)\} = E\{ND_{KO}(x)\}$ , y se cumple si  $\sum \lambda_i = 1$  (condición de universalidad). La condición de error de estimación mínimo se establece de la forma  $\sigma_{KO}^2 = E\{ND(x) - ND_{KO}(x)\} \rightarrow 0$ , expresión que admite un desarrollo cuadrático en términos de la función variograma  $\gamma(h)$ . La minimización de la expresión del error mediante la técnica de Lagrange, bajo la condición de universalidad, conduce al siguiente sistema de ecuaciones lineales o de krigeaje, cuya solución es el conjunto de pesos  $\lambda_i$  y el parámetro de Lagrange  $\mu$ :

$$\sum_j^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_i, x_0) \quad i, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

La varianza o error de krigeaje vale:

$$\sigma_{KO}^2(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + \mu - \gamma(x_0, x_0)$$

Como puede deducirse de las relaciones anteriores, la metodología se basa en la obtención de un estimador "elíptico" (estimador lineal insesgado óptimo), haciendo intervenir la función variograma. Esta función, que caracteriza la variabilidad espacial de los datos radiométricos en la imagen, se expresa como el momento de segundo orden de las diferencias  $\{ND(x) - ND(x+h)\}$ :

$$\gamma(h) = 1/2 E\{ND(x) - ND(x+h)\}^2$$

### Desarrollo de un Filtro de Paso Alto

El método de KO tal como se ha expuesto, resumidamente, puede considerarse como un producto de convolución de dos funciones: la matriz de pesos  $\lambda$ , y la matriz imagen  $ND(x_i)$ . En consecuencia puede ser utilizado en operaciones de filtrado de imágenes. Chica-Olmo *et alii* (1993) y Abarca (1997) muestran ejemplos de su aplicación como filtro de paso bajo aprovechando la característica de suavizado debida al error de estimación. Se trata ahora de modificar el método para obtener un filtro de paso alto.

Schowengerdt (1980) demuestra que la suma de los resultados de los filtros de paso bajo  $L(x)$  y paso alto  $H(x)$  de una imagen da la imagen original  $ND(x)$ . Se puede escribir que:  $L(x) = K_L * ND(x)$  y  $H(x) = K_H * ND(x)$ ,

donde  $K_L$  y  $K_H$  son los correspondientes filtros, resultando que  $ND(x) = L(x) + H(x)$ .

Bajo la condición de universalidad (no-sesgo del estimador,  $\sum \lambda_i = 1$ ) se puede estimar la componente  $L(x)$ . De forma análoga se podría estimar la componente  $H(x)$  con sólo cambiar la condición de no sesgo de los pesos por  $\sum \lambda_i = 0$  (Carr, 1990). Así, el valor medio de la componente  $H(x)$  es 0, por lo que la suma no afecta al valor medio de la imagen. En consecuencia, el estimador de la imagen original será:

$$ND^*(x) = \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_{L,i} ND(x) \right] + \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_{H,i} ND(x) \right]$$

tal que:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{L,i} = 1; \quad \sum_{i=1}^n \lambda_{H,i} = 0$$

El sistema de ecuaciones anterior puede adaptarse para obtener en el mismo proceso los ponderadores de los filtros paso bajo y alto,  $K_L$  y  $K_H$ . En forma matricial quedaría de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \dots & \gamma_{1,n} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \\ \gamma_{n,1} & \dots & \gamma_{n,n} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_{L,1} & \lambda_{H,1} \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_{L,n} & \lambda_{H,n} \\ \mu_L & \mu_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0} & \gamma_{1,0} \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_{n,0} & \gamma_{n,0} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La resolución del sistema matricial asegura el no-sesgo de la estimación, ya que la media de  $H(x)$  es cero y la de  $L(x)$  es coincidente con la de la imagen  $ND(x)$ . Se debe decir que la propiedad característica del KO como interpolador exacto no se cumple para el caso del sistema modificado para obtener el filtro de paso alto.

### UN EJEMPLO DE APLICACIÓN

Seguidamente se presenta de forma resumida un ejemplo de aplicación de la metodología. La imagen disponible pertenece al sensor Landsat TM5, cubriendo una región del área de Cabo de Gata (área de Rodalquilar, Almería), utilizada con motivo de estudios de exploración minera. Se ha utilizado para el estudio la banda TM3 con píxel 30m x 30m.

El primer paso consiste en determinar la función de variabilidad espacial de la imagen, aplicando un estimador de la función variograma. Este análisis es aconsejable que sea realizado direccionalmente para determinar si las variaciones radiométricas tienen carácter isotrópico o tienen direcciones preferenciales de variabilidad (anisotropía). Es obvio decir que los resultados de los filtros están condicionados a las características del modelo variográfico retenido. Éste tendrá en cuenta la existencia o no de los factores de anisotropía. La figura 1 representa el variograma experimental de la banda

TM3, que ha sido ajustado a un modelo isótropo con dos estructuras superpuestas; la primera exponencial con meseta 81 y alcance 270 m, y la segunda esférica con meseta 35 y alcance 1.650m.

A continuación se procede a establecer la vecindad de krigeaje, es decir el kernel a utilizar en el filtrado de la imagen. Para ello basta con definir el número de píxeles a utilizar y su configuración geométrica con respecto al píxel a filtrar. Es cómodo hacer diferentes pruebas con distintos tamaños de ventanas de píxeles, 3x3, 5x5, etc. Para cada una de estas opciones se plantean los correspondientes sistemas de KO para obtener simultáneamente los ponderadores  $\lambda_{L_i}$  y  $\lambda_{H_i}$ .

Como paso final, se aplican los pesos obtenidos para obtener las imágenes filtradas de paso alto  $H(x)$  y paso bajo  $L(x)$ . Para ello se han establecido los kernel  $K_L$  y  $K_H$  formados por un conjunto de 20 píxeles seleccionados en una ventana 5x5. Los pesos de cada uno de ellos son diferentes, aunque el modelo variográfico sea el mismo, debido a la aplicación o no de la condición de universalidad. Finalmente, la figura 2 muestra los resultados de los filtros geoestadísticos de paso bajo y alto, así como la suma de estos dos similar a la imagen original.

## DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El método presentado debe interpretarse como una aportación de interés de la metodología geoestadística en el tratamiento digital de imágenes de satélite. Su fundamento radica en utilizar las características operativas tan interesantes que ofrece el método de estimación de KO para la obtención simultánea de dos filtros de imagen frecuentemente utilizados, paso bajo y paso alto.

Quizás el aspecto más destacable del método es que hace intervenir la estructura de variabilidad espacial de los datos radiométricos, a través del variograma. Aspecto que lo diferencia claramente de otras metodologías utilizadas para el filtrado de imágenes. De alguna manera, se podría considerar que esto supone una cierta complejidad y esfuerzo adicional en su aplicación, en comparación a otros métodos. No obstante, si bien se requiere el cálculo y la modelización del variograma, también se debe reseñar que la estructura raster de las imágenes facilita sobremanera esta labor y que en los resultados finales hay una mayor participación por parte del usuario al poder definir el modelo espacial que desarrollará el filtro.

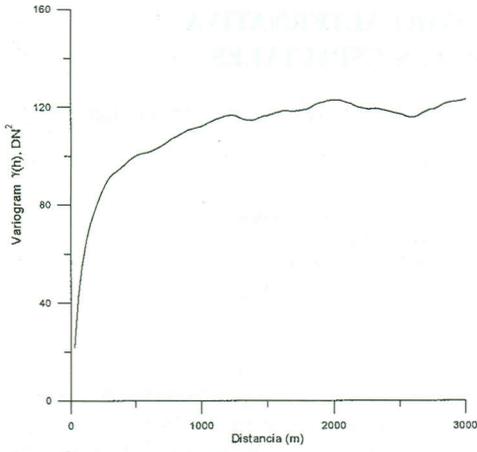
Otra ventaja que debe mencionarse hace referencia al error de estimación  $\sigma_{ko}^2(x)$ , o mejor experimental  $\xi = \{ND(x) - ND_{ko}(x)\}$  proporcionado por el método. Este parámetro puede ser usado como indicador textural para su utilización en clasificación de imagen, como se señala en otro trabajo presentado por los autores en este Congreso.

## BIBLIOGRAFÍA

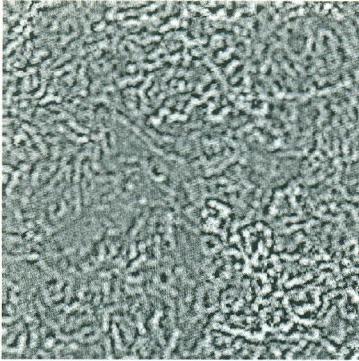
- ABARCA, F. 1997. Desarrollo de técnicas geoestadísticas en el tratamiento de imágenes de teledetección. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, 324 pp.
- ATKINSON, P. y CURRAN, P. J. 1995. Defining an optimal size of support for remote sensing investigations. IEEE Transactions of Geosciences and Remote Sensing, 33:768-776.
- CARR, J. P. 1990. Application of Spatial Filter Theory to kriging. Mathematical Geology, 22:1063-1079.
- CHICA-OLMO, M.; VIVES, E. y ABARCA, F. 1993. Métodos geoestadísticos aplicados al análisis de variables espaciales en teledetección. Teledetección y Medio Ambiente, Ed. J. M. Moreira, pp173-178.
- CHICA-OLMO, M. y ABARCA, F. 1998. Radiometric coregionalization of Landsat TM and SPOT HRV images. Int. Journal of Remote Sensing, 19:997-1006.
- CHICA-OLMO, M. y ABARCA, F. 1999. Evaluation of geostatistical measures of radiometric spatial variability for lithological discrimination in Landsat TM images. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 65:705-710.
- MATHERON, G. 1970. La Theorie des Variables Regionalisées et ses applications. Centre de Géostatistique. Fontainebleau.
- WOODCOCK, C. E.; STRAHLER, A. H. y JUPP, D. L. B. 1988. The use of variogram in Remote Sensing. Remote Sensing of Environment, 25, 349-379.

## AGRADECIMIENTOS

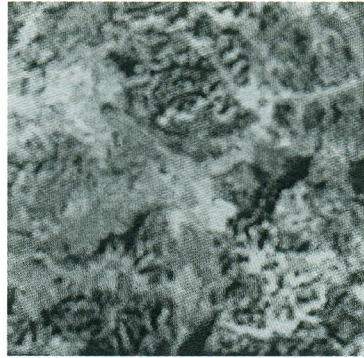
Los autores agradecen el apoyo económico dado por el Programa Environment & Climate de la UE (ENV4-CT46-0217) y por la DGICYT (AMB971630-C04-03-CE) para la realización de esta investigación.



**Figura 1.** Variograma experimental de la banda TM3.



Filtro Paso Alto  $H(x)$



Paso bajo  $L(x)$

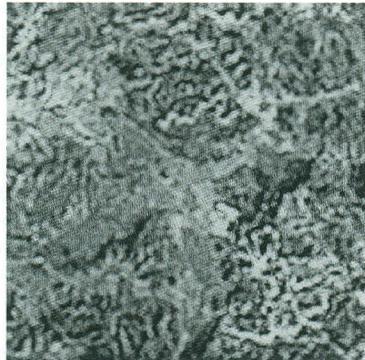


Imagen Suma de Filtros:  $L(x) + H(x)$

**Figura 2.** Resultados de los filtros geoestadísticos de paso alto  $H(x)$  y paso bajo  $L(x)$