Teledetección y Medio Ambiente. IV Reunión Científica Asociación Española de Teledetección.
Junta de Andalucía - Consejería de Cultura y Medio Ambiente.
Sevilla, 13, 14 y 15 de noviembre de 1991. pp. 223-225.
Editor: J. M. Moreira

SEGMENTACIÓN DE IMAGENES POR TÉCNICAS "FUZZY"

A. Tobar, C. Hernandez, J.M. Cotos y J. Arias
Dpto. Física Aplicada. Universidad de Santiago. Santiago de Compostela

RESUMEN

La aplicación de la lógica "fuzzy" o difusa a la segmentación de imágenes permite el entrar en una clasificación por debajo del umbral del píxel. A cada píxel se le asignarán unos índices de pertenencia a cada clase que darán cuenta de los porcentajes de mezcla de las clases. El algoritmo propuesto ha sido aprobado y evaluado frente a técnicas clásicas de segmentación.

ABSTRACT

With the concept of fuzzy logic we are in a position to segment images below the pixel threshold. Each pixel has asociated membership grades for all classes in the image that are related with the mixed information present in the pixel. The proposed algorithm in this paper has been tested and evaluated against conventional segmentation.

1. INTRODUCCIÓN

Desde la aparición de la teoría y lógica "fuzzy" o "borrosa" (Zadeh, 1965), sus campos de aplicación han ido creciendo desde el procesado de información y toma de decisiones hasta el control de sistemas pasando por el reconocimiento de patrones.

Dentro de la segmentación de imágenes, las técnicas clásicas con sus distintos algoritmos de "clustering" se basan en la asignación de cada píxel a una de las clases buscadas. En cualquier caso el píxel pertenece en su totalidad a una única clase, despreciándose la posibilidad de píxeles no puros con información relativa a otra u otras clases. La teoría de los "fuzzy sets" nos permite establecer índices normalizados de pertenencia de un píxel a cada clase, lo que va a permitir distinguir entre píxeles puros y mezclados, y en qué proporción se presentan estos últimos para cada clase.

Una segmentación convencional no deja de ser un caso particular de una "fuzzy" en la que un índice es igual a la unidad para una clase y el resto está a cero para las demás, con lo que el píxel sólo pertenece a una clase.

2. CONCEPTOS FUZZY

En nuestro estudio hemos implementado una segmentación no supervisada mediante el algoritmo "fuzzy c-means" (Bezdek, 1981). En la realización de este algoritmo se emplean formulaciones difusas que quizás requieran una breve introducción así como su conexión con los conceptos propios del "clustering".

1. Sea X un subconjunto de $\mathbb{R}^p$. La función $u{:}X \to [0,1]$ que asigna a cada $x \in X$ un grado de pertenencia es un subconjunto "fuzzy" de X.

2. Para particionar X por medio de "fuzzy sets", se realiza por medio de varios de éstos de modo que la suma de los grados de pertenencia "fuzzy" para cada $x \in X$ sea la unidad.

3. Dado $X \subseteq \mathbb{R}^p$, $X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ y un entero $c/2<c<n$, una "fuzzy" partición puede representarse por una matriz $U \in W_{cn}$ cuyos elementos satisfacen:

1) La fila i-ésima de U, $U_i=(u_{i1},u_{i2},\dots,u_{in})$ representa los grados de pertenencia de X al i-ésimo "fuzzy subset" de X.
2) La columna j-ésima de U, $U^j=(u_{1j},u_{2j},\dots,u_{cj})$ representa los grados de pertenencia del dato j-ésimo a las c funciones "fuzzy".
3) $u_{ik}=u_i(x_k)$ es el valor del grado de pertenencia al i-ésimo "fuzzy subset" para el dato k-ésimo.
4) La suma de los grados de pertenencia es uno para todo elemento, es decir:
$$\sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1 \ \forall k$$
5) No existe ningún "fuzzy set" vacío, es decir:
$$\sum_{k=1}^{n} u_{ik} > 0 \ \forall i$$
6) Ningún "fuzzy set" contiene la totalidad de la partición, es decir:
$$\sum_{k=1}^{n} u_{ik} < n \ \forall i$$

Con estas nociones "fuzzy" (Cannon, 1987), se está en condiciones de expresar el algoritmo FCM.

3. EL ALGORITMO "FUZZY C-MEANS" (FCM)

El algoritmo FCM es un algoritmo iterativo que busca minimizar el funcional siguiente:

$$J_m(U,V) = \sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m\,(d_{ik})^2$$

donde:

U es una partición "c-fuzzy".
V es un vector de centros de un "cluster".
$d^2_{ik} = \|x_k - v_i\|^2$ es una norma definida positiva.
$m \in (1, \infty)$ es un factor de peso.

Bezdek ha demostrado que para minimizar esa función con $m>1$ y $x_k \neq v_i$ para todo i,k, las condiciones a verificar son:

Condición 1:

$$u_{ik} = \left[\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{2/m-1} \right]^{-1} \quad \forall i,k$$

Condición 2:

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m} \quad \forall i$$

El algoritmo en sí se puede explicitar en los siguientes pasos: (Trivedi, 1987)

1) Fijar el número de "clusters" a buscar $c/2 \leq c < n$ con n el número total de datos. Fijar el exponente m, $1 < m < \infty$ y elegir una norma métrica tal que $\|X-V\|_A = (X-V)^T A (X-V)$ con A definida positiva.

2) Inicializar una "fuzzy" partición $U^{(0)}$.

3) Para b=0,1,2,... calcular los centros de los "clusters" $\{V_i^{(b)}\}$ a partir de $U^{(b)}$ mediante la expresión:

$$V_{i1} = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m x_{k1}}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m} \qquad ,1 = 1,2,\ldots p$$

4) Actualizar $U^{(b)}$ calculando $U^{(b+1)}$

$\forall k = 1,\ldots,n$ calcular

a)

$$I_k = \{ i \mid 1 \leq i \leq c, d_{ik} = \|x_k - v_i\| = 0 \}$$

$$\bar{I}_k = \{1,2,\ldots c\} - I_k$$

b)

$$\text{Si } I_k = \emptyset \quad u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{d_{ik}}{d_{jk}} \right)^{2/m-1}}$$

$$\text{Si } I_k \neq \emptyset \quad u_{ik} = 0 \ \ \forall i \in \bar{I}_k \qquad \sum_{i \in I_k} u_{ik} = 1$$

5) Comparar $U^{(b)}$ con $U^{(b+1)}$. El algoritmo vuelve al paso 3 a no ser que se verifique la condición:

$$\|U^{(b)} - U^{(b+1)}\| < \epsilon$$

Este ha sido en esencia el algoritmo "fuzzy" que hemos validado sobre una imagen test.

4. RESULTADOS

El algoritmo FCM fue probado sobre las bandas 2, 3, 4 y 5 de TM en una región de 512*512 píxeles. Se fijó en 6 el número de clases a buscar. Al mismo tiempo, se realizó una clasificación no supervisada para 6 clases a fin de poder comparar resultados. Para ello, la segmentación borrosa fue reducida a una clasificación "hard" en la cual se asignaba cada píxel a la clase con mayor índice de pertenencia de entre las 6 posibles. En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos en la partición "fuzzy" y el resultado de su conversión a una clasificación "hard". En ella se dan cuenta del número de píxeles para cada clase en la segmentación "hard" y sus índices de pertenencia a las distintas clases superando umbrales de 0,9, 0,7, 0,5 y 0,3 respectivamente según se lee de arriba a abajo.

Así, se puede ver que para la clase "hard" 1 hay un 98,8% de los píxeles que tienen un índice para la "fuzzy" partición de la clase 1 que superan el valor 0,9, habiendo al mismo tiempo un 0,01% de píxeles que tienen un índice entre 0,3 y 0,5 para la "fuzzy" partición 2. Lo que nos indica

Tabla 1.- Resultados de la participación "fuzzy" frente a la "hard".

PART. FUZZY / CLASIF. HARD	1	2	3	4	5	6
CLASE 1 (89.882)	98.80 99.44 100.0 100.0	0 0 0 0.01	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
CLASE 2 (47.976)	0 0 0 0.55	73.63 88.21 98.20 99.95	0 0 0 8.50	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
CLASE 3 (45.690)	0 0 0 0	0 0 0 9.21	44.35 73.99 94.55 99.91	0 0 0 2.26	0 0 0 0	0 0 0 4.43
CLASE 4 (34.597)	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 3.05	37.85 67.57 91.15 99.85	0 0 0 6.26	0 0 0 6.55
CLASE 5 (14.992)	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 13.63	49.15 76.89 94.89 99.97	0 0 0 0.2
CLASE 6 (29.007)	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 7.11	0 0 0 7.86	0 0 0 0.05	46.32 75.99 94.84 99.98

este resultado es que la primera "fuzzy" partición puede ser considerada como una partición "hard" sin pérdida de información relevante. No ocurre así para el resto de las clases "hard". Vemos que hay porcentajes no desdeñables de píxeles que tienen contribuciones entre 0,3 y 0,5 de otras clases, y de varias a la vez, por lo que no va a haber un índice que predomine especialmente sobre los otros para esos píxeles.

A la vista de la Tabla 1, puede afirmarse que la partición "fuzzy" ha afinado más el proceso al tener en cuenta la posibilidad de la mezcla de información en los píxeles. Esto se puede corroborar observando los centros de los "clusters" para la partición "fuzzy" y para la clasificación no supervisada convencional que se muestran en la Tabla 2.

En ella se puede apreciar, por ejemplo, que para la clase 1, y como era de esperar, apenas sí ha habido corrección en la posición de los centros dentro de cada banda de trabajo.

Tabla 2.- Centros de los "clusters" para la partición FCM y la clasificación no supervisada.

	F.C.M	C.N.S
CLASE 1	26.44 21.22 13.67 12.97	26.48 21.29 13.80 13.07
CLASE 2	25.24 21.80 65.09 47.72	26.05 22.74 69.24 52.59
CLASE 3	28.18 24.96 82.58 65.34	30.72 26.69 101.10 74.87
CLASE 4	37.61 39.55 80.97 99.82	35.88 36.36 83.43 92.57
CLASE 5	44.41 51.47 82.13 132.13	40.54 44.84 81.98 117.99
CLASE 6	33.44 30.11 105.23 85.32	42.56 33.80 85.41 91.75

Por el contrario, sí son apreciables las diferencias en el resto de clases y es en los centros sobre las bandas 4 y 5 donde éstas son más notables. También es de reseñar que es para los "clusters" 3, 5 y 6 donde hay mayor discrepancia en consonancia con los mayores porcentajes de píxeles que tienen contribuciones "fuzzy" importantes referidas a otros "clusters".

5. CONCLUSIONES

La teoría de los "fuzzy sets" abre nuevas posibilidades al tener en cuenta de forma natural la existencia de mezclas informacionales. Esta propiedad intrínseca representa un beneficio a la hora de establecer segmentaciones de una imagen al considerar influencias de unas clases sobre otras. La teoría "fuzzy" permite el ir más allá de la unidad del píxel y descender al nivel del subpíxel. Por ello es posible hablar de distintas clases dentro de un píxel e incluso proveer mejores parámetros estadísticos para cada clase individualmente.

En cuanto al algoritmo FCM en sí, éste normalmente converge en unas cuantas iteraciones, aunque cada una de ellas requiere un gran costo computacional debido al alto número de operaciones requeridas al llevar cuenta para cada píxel de la información requerida para todas las particiones, y tener que actualizar matrices de índices de pertenencia bastante grandes.

6. BIBLIOGRAFIA

✔ BEZDEK, J.C. (1.981): *Pattern recognition with fuzzy objective function algorhms*. Plenum Press. New York.

✔ CANNON, R.L.; DAVE, J.V. & BEZDEK, J.C. (1987): An approximate fuzzy c-means algoritm. In *Analysis of fuzzy objective information*. Vol. 3. J.C. Bezdek. CRC Press. Florida.

✔ TRIVEDI, M.M. (1.987): Analysis of aerial images using fuzzy clustering. In *Analysis of fuzzy formation*. Vol. 3. J.C. Bezdek. CRC Press. Florida.

✔ ZADEH, L.A. (1965): Fuzzy sets. *Information and Control*. Vol. 8, 338-353.